

Општи стандарди постигнућа за крај општег средњег  
и средњег стручног образовања и васпитања  
у делу општеобразовних предмета

за предмет

# МАТЕМАТИКА





Република Србија

ЗАВОД ЗА ВРЕДНОВАЊЕ КВАЛИТЕТА  
ОБРАЗОВАЊА И ВАСПИТАЊА

**ОПШТИ СТАНДАРДИ ПОСТИГНУЋА  
ЗА КРАЈ ОПШТЕГ СРЕДЊЕГ И СРЕДЊЕГ СТРУЧНОГ  
ОБРАЗОВАЊА И ВАСПИТАЊА У ДЕЛУ  
ОПШТЕОБРАЗОВНИХ ПРЕДМЕТА**

ЗА ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИКА

Приручник за наставнике

Београд, 2015

**ОПШТИ СТАНДАРДИ ПОСТИГНУЋА ЗА КРАЈ ОПШТЕГ СРЕДЊЕГ  
И СРЕДЊЕГ СТРУЧНОГ ОБРАЗОВАЊА И ВАСПИТАЊА  
У ДЕЛУ ОПШТЕОБРАЗОВНИХ ПРЕДМЕТА**

**Издавач:**

Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања

**За издавача:**

Др Драган Банићевић, директор

**Уредница:**

Спец. Александра Росић, саветник-координатор за математику

**Одговорна уредница:**

Мр Гордана Чапрић, заменик директора

Општи стандарди постигнућа за крај општег средњег и средњег стручног образовања и васпитања у делу општеобразовних предмета развијани су у периоду од 2010. до 2013. године у оквиру пројекта Министарства просвете, науке и технолошког развоја *Подршка осигурању квалитета система завршних испитива на националном нивоу у основном и средњем образовању* (ИПА 08) који је финансиран из средстава Европске уније и буџета Републике Србије. Овај приручник је настао у оквиру истог пројекта.

ISBN 978-86-86715-52-4

## САДРЖАЈ

1. Општи стандарди постигнућа .....	5
1.1. Опште и међупредметне компетенције за крај средњег образовања .....	7
2. О образовним стандардима за предмет математика.....	17
2.1. Веза образовних стандарда са наставним планом и програмом .....	20
2.2. Објашњење образовних стандарда са примерима задатака.....	22
2.3. Примена у наставном процесу – планирању и реализацији наставе и вредновању исхода.....	53
2.4. Материјали за учење .....	66
3. Литература.....	67
4. Прилог 1 .....	69



## 1. ОПШТИ СТАНДАРДИ ПОСТИГНУЋА

### О појму образовних стандарда

У нашем образовном систему је, према одредбама Закона о основама система образовања и васпитања (2009), предвиђено дефинисање неколико група стандарда, међу којима су и стандарди постигнућа ученика, односно полазника. Пошто су већ у примени општи стандарди постигнућа за крај првог и другог циклуса основног образовања и крај првог и трећег циклуса основног образовања одраслих, усвајањем стандарда који се односе на средње образовање заокружен је процес стандардизације знања, вештина и компетенција које ученици треба да развију у доуниверзитетском образовању.

### Процес израде стандарда

Стандарде су развијале посебне радне групе. Чланови радних група су одабрани тако да укључују наставнике, универзитетске професоре за одређене предмете, педагоге, психологе и професионалце из Завода за вредновање квалитета образовања и васпитања и Завода за унапређивање образовања и васпитања. Приликом израде стандарда радне групе и Завод су имали подршку стручњака из Пројекта „Подршка осигурању квалитета система завршних испита на националном нивоу у основном и средњем образовању“.

Стандарди за опште средње образовање засновани су на компетенцијама које треба да омогуће ученицима да успешно одговоре на различите животне изазове у разним животним ситуацијама (образовним, друштвеним, културним, интерперсоналним, практичним, итд). Да би били компетентни да одговоре успешно на такве изазове, ученици треба да стекну и користе различите видове знања, вештина и ставова, тј. треба да развију **компетиције засноване на знању**. Стандарди стога треба да опишу шта ученици знају и могу да ураде на различитим нивоима развоја компетенција, тј. према стандардима се мери ниво одређене компетенције који је постигнут на крају средњег образовања.

*Три стандарда (нивоа постигнућа)* дефинисана су за сваку компетенцију – *основни, средњи и најредни*. Сваки стандард (ниво) дефинише знање, вештине и ставове које ученици треба да поседују, као и с којим изазовима могу да се носе како би испунили тај стандард (ниво). Три стандарда (нивоа) су кумулативна и уграђена један у други тако да ученици на напредном нивоу испуњавају захтеве сва три нивоа.

*Основни ниво стандарда* дефинише ниво постигнућа у одређеним компетенцијама (знање, вештине и ставови) које ученик треба да поседује како би активно и продуктивно учествовао у различитим областима живота (друштвеном, привредном, образовном, породичном, личном, итд).

*Средњи ниво стандарда* дефинише ниво постигнућа у одређеним компетенцијама (знање, вештине и ставови) које ученик треба да поседује како би могао успешно да настави са факултетским образовањем у различитим областима.

*Најредни ниво стандарда* дефинише ниво постигнућа у одређеним компетенцијама (знање, вештине и ставови) које ученик треба да поседује како би могао успешно да настави са факултетским образовањем у области за коју те компетенције представљају нарочито важан услов.

Оквир 1. Кључни термини – структура стандарда

**Стандарди компетенција** описно дефинишу на које посебне изазове постепене сложености ученици могу да одговоре на одређеном нивоу компетенције (основне, средње и напредне).

**Опште и међупредметне компетенције** представљају наративни опис оних компетенција које се заснивају на интегрисању различитих знања и вештина који се развијају у оквиру различитих предмета и на основу наставног програма.

**Општа предметна компетенција** представља наративни опис шта ученици знају и могу да ураде на основу образовања које стичу у оквиру појединачног предмета. Општа предметна компетенција описује крајњу сврху учења датог предмета.

**Специфичне предметне компетенције** представљају наративни опис специфичних способности ученика које му омогућавају да развије општу предметну компетенцију.

**Стандарди служе за процену постигнућа ученика у развоју одређених компетенција.** Стандарди дефинишу очекивања у вези са постигнућем ученика на различитим нивоима развоја компетенције. Стандарди такође служе као критеријуми за процену. Дефинишу се као а) „искази стандарда“ и б) „стандарди компетенција“ (видети дефиниције даље у тексту).

Примери:

- Ученик који испуњава само основни стандард може да разуме информативни текст о познатој теми.
- Ученик који испуњава напредни стандард може критички да процени различита решења неког новог проблема у непознатим околностима.

**Искази стандарда** дефинишу конкретна знања, вештине или ставове које ученици треба да стекну у одређеној области наставе (домену), на одређеном нивоу стандарда.

Примери:

- Ученик може да напише осврт на књигу, позоришну представу, филм и сл.
- Ученик зна да реши две једначине са две непознате.

**Исходи** дефинишу очекиване резултате учења, они су оно што се остварује у току наставног процеса. Исходи се дефинишу на основу општих и међупредметних компетенција и стандарда постигнућа за сваку годину учења.

У процесу израде стандарда примењен је приступ у коме се смењују експертска и емпиријска валидација.

## Однос стандарда и наставног програма/курикулума

У нашем образовном систему наставни програми су још увек традиционално конципирани тако да садрже циљеве, задатке и попис наставних садржаја. Процес израде курикулума који ће садржати исходе учења сваког предмета је у току. Када тако дефинисан курикулум буде почео да се примењује, природна веза између стандарда и исхода дефинисаних у курикулуму биће очигледна и наставници, планирајући наставу оријентисану на исходе, неће имати много дилема око места стандарда у процесу наставе. У периоду док се то не догоди, пред наставницима је изазован задатак да обликују наставу руководећи се очекиваним резултатима учења описаним у стандардима, али при томе не запостављајући садржаје планиране наставним програмом.

Стандарди су, наиме, мерни инструменти чијом употребом је могуће утврдити шта је и у коликој мери развијено и постигнуто. Због тога је важно да наставник већ приликом планирања рада уважава стандарде у којима су описана критична знања и вештине који нуде поједине научне области, а неопходни су ученицима не само у формативном смислу, него и да боље разумеју свет око себе, своје понашање, своју улогу и положај у њему.

Оно чиме наставник у свом раду треба првенствено да се руководи јесу **општепредметне и специфичне предметне компетенције**, које у ствари представљају одговор на питање: Зашто ученику треба тај предмет? Шта ће он од онога што је учио у оквиру тог предмета бити у стању да уради у свом животу, изван образовне ситуације, или током свог даљег образовања, и то успешно? Подсећања ради, компетенције почињу да се израђују током наставног процеса, али је најбитније да оне дођу до изражаја када ученик изађе из наставног процеса. **Искази стандарда постигнућа** дају одговор на питање: До ког нивоа, основног или напредног, ученик мора да има усвојена знања, развијене вештине и ставове да би успешно завршио образовни процес у оквиру формалног образовања? И на крају, пошто сви ученици треба да **развију опште и међупредметне компетенције**, а сви наставни предмети треба томе да допринесу, сваки наставник треба у свом предмету да препозна допринос развоју ових компетенција и да у планирању уважи ту чињеницу.

Мерењу помоћу стандарда подлежу и исходи и компетенције. Примена стандарда је један од начина да се о ономе што је стварно постигнуто у образовном процесу не нагађа, већ да се то измери. Мерење засновано на стандардима пружа обиље повратних информација о квалитету и развојним потребама образовног система, а та заједничка слика се, на својствен и специфичан начин, гради радом и резултатима сваке школе, сваког наставника и сваког ученика.

### 1.1. ОПШТЕ И МЕЂУПРЕДМЕТНЕ КОМПЕТЕНЦИЈЕ ЗА КРАЈ СРЕДЊЕГ ОБРАЗОВАЊА

Наставни програми општеобразовних предмета у Србији, и на основношколском и на средњошколском нивоу, до сада су дефинисали образовне циљеве за појединачне наставне предмете, али не и на нивоу компетенција као исхода учења које се формирају и подржавају заједничким радом више појединачних школских дисциплина. Досадашња пракса познаје координисан и симултан рад две или више дисциплина при обради једне теме (корелација међу предметима). У овом документу дефинисане су нове области, релевантне за лични, професионални и социјални развој и функционисање појединца, у којима се компетентност стиче флексибилним и динамичним интегрисањем и применом предметних знања.

#### Однос појединачних предмета и општих и међупредметних компетенција

Оријентација образовног процеса ка општим и међупредметним компетенцијама не значи увођење нових предмета нити додатних часова тематски посвећених одређеној компетенцији, већ укључивање општих и међупредметних компетенција у разноврсне наставне предмете. Ово се постиже на неколико начина.



Прво, предметни исходи се дефинишу тако да се кроз њих успостави веза са општим и међупредметним компетенцијама. Другим речима, предметна знања и умења која почивају на тим знањима се, осим у стриктно предметном, дефинишу и у контексту општих и међупредметних компетенција. Остваривање овако дефинисаних исхода води и развоју општих и међупредметних компетенција. Тако постављеним предметним исходима, који се утврђују за сваку годину/разред у коме се предмет учи, уцртава се и путања развоја општих и међупредметних компетенција. При томе је важно и што се кроз остваривање једног предметног исхода може доприносити развоју више општих и међупредметних компетенција и што развој једне од њих може да подржи више предметних исхода.

Друго, развоју општих и међупредметних компетенција доприноси и развој предметних компетенција, јер се предметне компетенције тешко могу потпуно одвојити од општих. Како год специфичне, предметне компетенције не могу ваљано да се образложе ако ничим не доприносе да ученици успешније уче и живе.

### Како се развијају компетенције?

Основна промена коју доноси оријентација ка општим и међупредметним компетенцијама, и компетенцијама уопште, огледа се у динамичнијем и ангажованијем комбиновању знања, вештина и ставова релевантних за различите реалне контексте који захтевају њихову функционалну примену. То се постиже сарадњом и координацијом активности више наставника, односно предмета, и иновирањем начина рада на часу. Сваки час је прилика да се ради и на међупредметним компетенцијама, а амбијент који их подржава подразумева:

- стављање ученика у ситуације које траже истовремену употребу предметних и међупредметних компетенција. То се дешава увек када од ученика очекујемо да неко знање примени у ситуацијама које нису реплике или једноставне модификације ситуације у којој је знање усвојено, већ нове, различите ситуације;
- активности истраживања и стварања нових продуката, пројектно учење;
- тимски рад и поделу улога у оквиру комплексних задатака који се једино могу реализовати кроз сарадњу различитих улога и више учесника, тако да сваки ученик развија личну одговорност према обавезама;
- тематско планирање наставе (а пожељно је више предмета истовремено), које се ослања на коришћење ресурса и препознавање потреба локалног окружења.

Настава усмерена на развој компетенција изискује сарадњу и заједнички рад наставника. Тематска и интегративна настава, која подразумева различите видове заједничког рада наставника, у којој се отварају питања и проблеми, планирају и изводе мали пројекти и сл. представља природно окружење за развој свих кључних компетенција. У таквој настави ученици уче кроз конкретне активности, уместо да примају и памте информације, баве се стварним, аутентичним питањима и проблемима, излазе из оквира појединачних предмета, повезују разноврсна знања и умења, а тиме их истовремено и унапређују и чине релевантним за будуће учење и за сналажење у стварним ситуацијама.

### Које компетенције су кључне за образовање младих?

У суштини, рад на општим и међупредметним компетенцијама није конкурентан раду на садржајима и компетенцијама које су непосредно везане за одређене предмете. Напротив, међупредметне компетенције представљају корак више у разумевању градива и примени наученог, а одговорност за њихово развијање носе сви наставници и школски предмети. То значи да подржавање општих и међупредметних компетенција тражи заједничко планирање на нивоу школских тимова, примену интерактивних и активних облика учења, као и већу аутономију школе и наставника у реализацији образовних исхода.

Основни критеријум за селекцију општих и међупредметних компетенција јесте да оне буду потенцијално релевантне и корисне за све, као и усаглашене са етичким, економским и културним вредностима и конвенцијама у друштву. Са становишта појединца, опште и међупредметне компетенције омогућавају интеграцију у различите социјалне контексте и мреже, укључујући и оне које сада не познајемо, уз изградњу аутономије у просуђивању и доношењу одлука.

Имајући на уму ове околности и критеријуме, као и карактеристике образовног система у Србији и контекста у којем он функционише у овом тренутку, издвојено је једанаест општих и међупредметних компетенција као најрелевантнијих за адекватну припрему ученика за активну партиципацију у друштву и за целоживотно учење.

### Како пратити и оцењивати компетенције?

У овом документу опште и међупредметне компетенције дефинисане су као обавезне, а очекивани исходи за сваку од компетенција одређени су само на основном, базичном нивоу. Различити облици формативног оцењивања најприкладнији су начин за праћење индивидуалног напретка ученика и за усмеравање њиховог даљег развоја.

У овом питању садржано је још једно, и то важније питање: Зашто је потребно да се постигнућа у овим компетенцијама, као и напредак у њиховом развоју, ипак, оцењују?

Ово друго питање је важније из једноставног разлога што је широко познато да ученици уче оно за шта знају да ће бити оцењивани и то на начин на који знају да ће бити оцењивани.

Отуда произлази да судбина општих компетенција једним делом зависи од тога хоће ли бити подвргнуте уобичајеном школском оцењивању или не. С друге стране, јасно је да је природа општих компетенција сувише комплексна за релативно ограничен опсег традиционалне школске оцене. Развој компетенција је смисленије пратити, процењивати и проверавати, него оцењивати на уобичајен начин.

Нека правила и поступци у процесу праћења и процењивања развоја општих компетенција код ученика су:

- Развој компетенција наставници прате заједно са ученицима.
- Наставници сарађују и заједнички процењују развој компетенција код својих ученика.
- Процес праћења је по карактеру пре формативан него сумативан.
- У проценама се узимају у обзир разноврсни примери који илуструју развијеност компетенције.
- У процењивању се узимају у обзир и самопроцене ученика и вршњачке процене, а не само процене наставника.
- Велики значај се придаје квалитативним, уместо претежно квантитативним подацима и показатељима.
- Процена садржи опис јаких и слабијих страна развијености компетенције и предлоге за даље унапређивање, а не само суд о нивоу развијености.

Компетенције које следе дефинисали су чланови предметних група за стандарде, тако што је за сваку компетенцију формирана привремена радна група коју су чинили представници предметних група. Они су дефинисали исходе за компетенције, водећи рачуна о томе како „њихов“ наставни предмет доприноси развоју одређене компетенције.

## 1. Компетенција за целоживотно учење

Лични и професионални развој појединца преваходно почива на његовој способности да управља процесом учења. Ученик треба да буде оспособљен да иницира учење, да изабере стратегије учења и дизајнира контекст у којем учи, да прати и контролише напредак током учења, да управља учењем у складу са намерама и циљем који има. Ученик уме да пронађе и асимилије нова знања и вештине користећи претходно учење и ваншколско искуство. Свестан је процеса учења, могућности и тешкоћа у учењу; уме да превазиђе тешкоће и да истраје у учењу. Примењује знања у различитим ситуацијама у зависности од карактеристика ситуације и сопствених циљева.

- Ученик уме да планира време за учење и да организује процес учења и управља њим.
- Активно конструише знање; уочава структуру градива, активно селекује познато од непознатог, битно од небитног; уме да резимира и елаборира основне идеје.
- Ефикасно користи различите стратегије учења, прилагођава их природи градива и циљевима учења.
- Познаје различите врсте текстова и уме да изабере адекватну стратегију читања.
- Разликује чињенице од интерпретација, ставова, веровања и мишљења; препознаје и продукује аргументацију за одређену тезу, разликује аргументе према снази и релевантности.
- Уме да процени сопствену успешност у учењу; идентификује тешкоће у учењу и зна како да их превазиђе.

## 2. Комуникација

Ученик влада различитим модалитетима комуникације и користи их на сврсисходан и конструктиван начин када комуницира у приватном, јавном, образовном и професионалном контексту. Ученик прилагођава начин и средства комуникације карактеристикама ситуације (сврси и предмету комуникације, комуникационим капацитетима и карактеристикама партнера у комуникацији, итд.). Користи на одговарајући и креативан начин појмове, језик и стил комуникације који су специфични за различите научне, техничке и уметничке дисциплине. У комуникацији с другима уме да изрази себе (своје мишљење, осећања, ставове, вредности и идентитет) и да оствари своје циљеве на позитиван, конструктиван и аргументован начин поштујући и уважавајући другог. Критички процењује садржај и начин комуникације у различитим комуникативним ситуацијама. Ученик има развијену свест о значају позитивне и конструктивне комуникације и активно доприноси неговању културе дијалога у заједницама којима припада.

- Активно доприноси неговању културе дијалога, уважавању и неговању различитости и поштовању основних норми комуникације.
- Ученик познаје специфичне карактеристике различитих модалитета комуникације (усмена и писана, непосредна и посредна комуникација, нпр. телефоном, преко интернета).
- Уме јасно да искаже одређени садржај, усмено и писано, и да га прилагоди захтевима и карактеристикама ситуације: поштује жанровске карактеристике, ограничења у погледу дужине, намену презентације и потребе аудиторијума.
- Уважава саговорника – реагује на садржај комуникације, а не на личност саговорника; идентификује позицију (тачку гледишта) саговорника и уме да процени адекватност аргументације и контрааргументације за ту позицију.
- У ситуацији комуникације, изражава своје ставове, мишљења, осећања, вредности и идентитет на позитиван, конструктиван и аргументован начин како би остварио своје циљеве и проширио разумевање света, других људи и заједница.
- Ученик користи на одговарајући и креативан начин језик и стил комуникације који су специфични за поједине научне, техничке и уметничке дисциплине.

### 3. Рад с подацима и информацијама

Ученик разуме значај коришћења поузданих података за рад, доношење одлука и свакодневни живот. Користи знања и вештине из различитих предмета да представи, прочита и протумачи податке користећи текст, бројеве, дијаграме и различите аудио-визуелне форме. Ученик користи различите изворе информација и података (библиотеке, медије, интернет, личну комуникацију, итд.) и критички разматра њихову поузданост и ваљаност. Ефикасно проналази, селекује и интегрише релевантне информације из различитих извора.

- Зна да је за разумевање догађаја и доношење компетентних одлука потребно имати релевантне и поуздане податке.
- Уме да пореди различите изворе и начине добијања података, да процењује њихову поузданост и препозна могуће узроке грешке.
- Користи табеларни и графички приказ података и уме да овако приказане податке чита, тумачи и примењује.
- Користи информационе технологије за чување, презентацију и основну обраду података.
- Зна разлику између података и њиховог тумачења, зна да исти подаци, у зависности од контекста, могу имати различита тумачења и да тумачења могу да буду пристрасна.
- Разуме разлику између јавних и приватних података, зна које податке може да добије од надлежних институција и користи основна правила чувања приватности података.

### 4. Дигитална компетенција

Ученик је способен да користи расположива средства из области информационо-комуникационих технологија (уређаје, софтверске производе, електронске комуникационе услуге и услуге које се користе путем електронских комуникација) на одговоран и критички начин ради ефикасног испуњавања постављених циљева и задатака у свакодневном животу, школовању и будућем послу. Познаје основне карактеристике расположивих информационо-комуникационих технологија (у даљем тексту: ИКТ) и могућности њихове примене у свакодневном животу, раду и образовању, односно њихов утицај на живот и рад појединца и заједница. Имајући у виду сврху постављених циљева и задатака, уме да одабере одговарајуће ИКТ средство и да га користи на одговоран и креативан начин у активностима које ради тога спроводи (комуникација; сарадња; учешће у животу заједница; учење; решавање проблема; трансакције; планирање, организација и управљање самосталним и заједничким активностима; стварање, организација, обрада и размена информација), а да истовремено приступ решавању проблема прилагоди могућностима технологије. Приликом коришћења ИКТ-а свестан је ризика за сопствену и туђу сигурност и добробит и одговорним поступањем себе и друге штити од нежељених последица.

- Уме да претражује, процењује релевантност и поузданост, анализира и систематизује информације у електронском облику користећи одговарајућа ИКТ средства (уређаје, софтверске производе и електронске услуге).
- Изражава се у електронском облику коришћењем одговарајућих ИКТ средстава, укључујући мултимедијално изражавање и изражавање са елементима формално дефинисаних нотација карактеристичних за коришћена ИКТ средства (нпр. адресе, упити, команде, формуле, процедуре и сл. изражене у одговарајућој нотацији).
- Помоћу ИКТ-а уме да представи, организује, структурира и форматира информације користећи на ефикасан начин могућности датог ИКТ средства.
- Приликом решавања проблема уме да одабере одговарајућа ИКТ средства, као и да прилагоди начин решавања проблема могућностима тих ИКТ средстава.
- Ефикасно користи ИКТ за комуникацију и сарадњу.
- Препознаје ризике и опасности при коришћењу ИКТ-а и у односу на то одговорно поступа.

## 5. Решавање проблема

Ученик ангажује своје индивидуалне капацитете (знање из различитих предмета, искуство стечено изван школе, као и интелектуалне, емоционалне и социјалне способности) и друге ресурсе који му стоје на располагању (различити извори информација, алати, књиге, искуство других ученика, наставника и других особа из школског и ваншколског окружења, итд.), селективно и сврсисходно их користи, истрајава у решавању проблема и проналази/осмишљава делотворно решење за јасно или релативно јасно дефинисане проблемске ситуације за које не постоји очигледно решење, а које се јављају током учења и приликом учешћа у животу школе.

- Испитујући проблемску ситуацију, ученик идентификује ограничења и релевантне карактеристике проблемске ситуације и разуме како су оне међусобно повезане.
- Ученик проналази/осмишљава могућа решења проблемске ситуације.
- Ученик упоређује различита могућа решења проблемске ситуације преко релевантних критеријума, уме да објасни шта су предности и слабе стране различитих решења и да се определи за боље решење.
- Ученик припрема примену изабраног решења, прати његову примену усклађујући се са новим сазнањима које стиче током примене датог решења и успева да реши проблемску ситуацију.
- Ученик вреднује примену датог решења, идентификује његове добре и слабе стране и формулише препоруке за наредно искуство са истим или сличним проблемским ситуацијама.

## 6. Сарадња

Ученик је способан да се у сарадњи с другима или као члан групе ангажује на заједничком решавању проблема или на реализацији заједничких пројеката. Учествоје у заједничким активностима на конструктиван, одговоран и креативан начин афирмишући дух међусобног поштовања, равноправности, солидарности и сарадње. Активно, аргументовано и конструктивно доприноси раду групе у свим фазама групног рада: формирање групе, формулисање заједничких циљева, усаглашавање у вези са правилима заједничког рада, формулисање оптималног начина за остварење заједничких циљева на основу критичког разматрања различитих предлога, подела улога и дужности, преузимање одговорности за одређене активности, надгледање заједничког рада и усклађивање постигнутих договора са новим искуствима и сазнањима до којих се долази током заједничког рада и сарадње. У процесу договарања уме да изрази своја осећања, уверења, ставове и предлоге. Подржава друге да изразе своје погледе, прихвата да су разлике у погледима предност групног рада и поштује друге који имају другачије погледе. У сарадњи с другима залаже се да се одлуке доносе заједнички на основу аргумената и прихваћених правила заједничког рада.

- Конструктивно, аргументовано и креативно доприноси раду групе, усаглашавању и остварењу заједничких циљева.
- Доприноси постизању договора о правилима заједничког рада и придржава их се током заједничког рада.
- Активно слуша и поставља релевантна питања поштујући саговорнике и сараднике, а дискусију заснива на аргументима.
- Конструктивно доприноси решавању разлика у мишљењу и ставовима и при томе поштује друге као равноправне чланове групе.
- Ангажује се у реализацији преузетих обавеза у оквиру групног рада на одговоран, истрајан и креативан начин.
- Учествоје у критичком, аргументованом и конструктивном преиспитивању рада групе и доприноси унапређењу рада групе.



## 7. Одговорно учешће у демократском друштву

Ученик је способан да активно, компетентно, критички и одговорно учествује у животу школе, заједница којима припада, као и у ширем демократском друштву, руководећи се правима и одговорностима које има као припадник заједнице и као грађанин. Прихвата и поштује друге као аутономне и једнако вредне особе. Својим активностима у заједници доприноси заштити и неговању људских и мањинских права, хуманистичких вредности и основних демократских вредности и принципа. Користи право избора културе, супкултуре и традиције које ће неговати и афирмисати, поштујући право других да негују и афирмишу другачије културе, супкултуре и традиције. Поштује равноправност различитих заједница и њихових традиција и идентитета. Посебно води рачуна о могућој маргинализацији или дискриминацији своје или других заједница и активно изражава солидарност са онима који су дискриминисани или маргинализовани. Уме да се удружује с другима како би ангажовано, толерантно, аргументовано и критички заступали одређене ставове, интересе и политике поштујући права оних који заступају супротстављене иницијативе, као и правила и процедуре за доношење одлука.

- Активно учествује у животу школе и заједнице тако што поштује друге учеснике као једнако вредне аутономне особе и њихова људска и мањинска права и тако што се супротставља различитим формама насиља и дискриминације.
- Својим активностима у школи и заједници афирмише дух толеранције, равноправности и дијалога.
- Критички и аргументовано учествује у разматрању отворених питања за која је заинтересован поштујући разлике у мишљењу и интересима и даје лични допринос постизању договора.
- Има осећање припадности одређеним културним заједницама, локалној заједници, региону у којем живи, ширем друштву, држави и међународним организацијама у које је Србија укључена.
- Изражава на афирмативан начин свој идентитет и поштује другачије културе и традиције и тако доприноси духу интеркултуралности.
- На изборима уме да се определи за политичке идеје и програме за које сматра да на најбољи начин доприносе остварењу личне и друштвене добити и поштује право других на другачије опредељење.
- Залаже се за солидарност и учествује у хуманитарним активностима.

## 8. Одговоран однос према здрављу

Ученик прикупља информације о темама у вези са ризицима, очувањем и унапређењем психофизичког здравља. Просуђује релевантне околности и, по потреби, доноси одлуке и/или се укључује у активности значајне за превенцију болести и очување здравља. Свестан је свих димензија здравља (физичко, ментално, социјално, емоционално здравље). Познаје факторе који доприносе здрављу или га угрожавају и импликације њиховог деловања на појединца, групу или заједницу. Својим понашањем, као појединац и део различитих група и заједница, промовише здравље, заштиту здравља и здраве стилове живота.

- Познаје основне састојке хране и промене које утичу на њен квалитет; разуме значај правилне исхране и адекватне прераде хране за очување здравља.
- Познаје карактеристике основних заразних болести, њихове изазиваче и мере превенције.
- Разуме значај лекова и правилног начина њихове употребе за очување здравља.
- Познаје могуће последице коришћења никотина, алкохола и других психоактивних супстанци.
- Бира стил живота имајући на уму добре стране и ризике тог избора (нпр. активно бављење спортом, вегетаријанска исхрана).
- Уме да пружи прву помоћ.

## 9. Одговоран однос према окоolini

Одговоран однос према окоolini подразумева познавање и непосредан доживљај природе; увиђање значаја који природа има за одржавање живота на Земљи; разумевање међузависности живог света, природних ресурса и климатских услова за одржање живота; очување његове разноврсности, еколошких станишта и климатских услова; активно учествовање у неговању здравих заједница. Ученик познаје како људске активности могу да унапреде или угрозе животну средину и одржив развој. Спреман је да се укључи у активности усмерене ка очувању окружења у којем живи, ради и учи.

- Разуме концепт здравог и безбедног окружења (вода, ваздух, земљиште) за живот људи и спреман је да се активно ангажује у заштити и унапређењу квалитета живота у заједници.
- Показује разумевање и спремност за ангажовање у заштити природе и управљању ресурсима тако да се не угрожава могућност будућих генерација да задовоље своје потребе.
- Процењује ризике и користи од употребе неких супстанци по окоlinу и здравље људи и одговорно поступа са њима (правилно их складишти и одлаже отпад).
- Познаје факторе који утичу на загађење земљишта, воде и ваздуха, разуме и предвиђа последице њихове употребе.
- Увиђа предности и недостатке коришћења различитих извора енергије.
- Разуме значај и користи могућности рециклирања.

## 10. Естетичка компетенција

Ученик је упознат са културним наслеђем људске заједнице, има свест о вредности уметничких и културних дела и њиховог значаја за развој друштва. Естетичка компетенција иде корак даље од тога, ка препознавању међуповезаности различитих форми и средстава уметничког изражавања. Свестан је значаја естетске димензије у свакодневном животу, има критички однос према употреби и злоупотреби естетике. Ученик се оспособљава да исказује опажања, осећања и идеје у вези са уметничким изразима у различитим медијима, да култивише културне навике, да изграђује аутономне естетске критеријуме и преференције и суди у складу с њима.

- Позитивно вреднује допринос културе и уметности развоју људске заједнице; свестан је међусобних утицаја културе, науке, уметности и технологије.
- Показује осетљивост за естетску димензију у свакодневном животу и има критички однос према употреби и злоупотреби естетике.
- Има изграђене преференције уметничких и културних стилова и користи их за обогаћивање личног искуства.
- Повезује уметничка и културна дела са историјским, друштвеним и географским контекстом њиховог настанка.
- Уме да анализира и критички вреднује уметничка дела која су представници различитих стилова и епоха, као и дела која одступају од карактеристика доминантних праваца.
- Вреднује алтернативне уметничке форме и изразе (супкултурна дела).

## 11. Предузимљивост и предузетничка компетенција

Кроз образовање за предузетништво, ученик се учи организационим вештинама и способностима, укључујући различите интерперсоналне вештине, као и организацију простора, управљање временом и новцем. Ученик је оспособљен за комплексно планирање и одлучивање које подразумева поштовање више услова истовремено. Уме да осмишљава пројекте у складу са унапред постављеним захтевима. Зна како да се упозна са карактеристикама одређених послова и радних места, спреман је на волонтерско ангажовање и коришћење различитих могућности за стицање радног искуства.

- Ученик разуме важност личне активације и показује иницијативу у упознавању са карактеристикама тржишта рада (захтеви појединих радних места, начин функционисања институција, позиционирање у свету бизниса).
- Разуме принципе функционисања тржишта рада и схвата неопходност сталног усавршавања у складу са развојем тржишта и захтевима послодаваца.
- Уме да идентификује и адекватно представи своје способности и вештине („јаке стране“); уме да напише CV и мотивационо писмо.
- Уме да искаже и заступа своје идеје, и да утиче на друге, кроз развој вештине јавног говора, преговарања и решавања конфликта.
- Има способност постављања адекватних и реалних циљева процењујући и прихватајући ризике; планира ресурсе и управља њима (знања и вештине, време, новац, технологије и други ресурси) и усредсређен је на постизање циљева.
- Зна да комуницира с послодавцима; уме да преговара; спреман је да обавља праксу и волонтира поштујући договоре.





## 2. 0 образовним стандардима за предмет математика

Математиком су људи одувек покушавали да опишу, разумеју, мењају и унапреде свет око себе. Она је од давнина природна потреба човека коришћена у циљу унапређења квалитета живота и развијања апстрактног мишљења, које је неопходна основа за даљи развој човечанства и примену математике. Специфичност математике као школског предмета огледа се у томе што поред усвајања формалних знања, она за циљ има оспособљавање ученика да правилно закључују, комуницирају математичким језиком и користе стечена знања при решавању различитих математичких, али и практичних проблема. Математика, на нивоу средњег образовања, има улогу карике која повезује стечена знања на претходним нивоима са новим, при чему даје јаку потпору за даље образовање или служи као припрема за даље школовање, живот и рад.

Полазне тачке у дефинисању стандарда односиле су се, поред општих циљева и задатака математике<sup>1</sup>, на проналажење примера из реалног живота, везивање математике за природне, али и друштвене науке као и њену примену у решавању практичних проблема. Акцент је стављен на функционалност стеченог знања како би сваки средњошколац на крају овог циклуса образовања умео да „идентификује и разуме улогу коју математика игра у савременом свету, да изведе добро засноване математичке процене и да се ангажује у математици тако да задовољи своје садашње и будуће потребе као конструктивног, заинтересованог и рефлексивног грађанина<sup>2</sup>”.

Стандарди за предмет математика темеље се на:

- општој предметној и
- специфичним предметним компетенцијама.<sup>3</sup>

Општа предметна компетенција у оквиру стандарда је да се ученик учењем математике оспособи да мисли математички, овлада математичким знањима и концептима, критички анализира мисаоне процесе, унапређује их и разуме како они доводе до решења проблема; развија истраживачки дух, способност критичког, формалног и апстрактног мишљења, као и дедуктивно и индуктивно мишљење и размишљање по аналогији; развија способност математичке комуникације и позитивне ставове према математици и науци уопште; примењује математичка знања и вештине за решавање проблема из природних и друштвених наука и свакодневног живота, као и у професионалној сфери; оспособљен је да стечена знања и вештине користи у даљем школовању.

Општа предметна компетенција подељена је на три нивоа:

- основни,
- средњи и
- напредни

Специфичне предметне компетенције разврстане су у три домена: Математичко знање и резонување, Примена математичких знања и вештина на решавање проблема и Математичка комуникација.<sup>4</sup>

Сви стандарди подељени су на четири велике области:

- Алгебра
- Геометрија
- Низови, функције, изводи и интегрални
- Комбинаторика, вероватноћа, статистика и финансијска математика.

<sup>1</sup> Видети наставне планове и програме за гимназије и средње стручно образовање [46].

<sup>2</sup> OECD, 1999. [42]

<sup>3</sup> Прилог 1 Општи стандарди постигнућа за крај општег средњег образовања и васпитања и средњег стручног образовања и васпитања у делу општеобразовних предмета усвојени у новембру 2013. године.

<sup>4</sup> Прилог 1 Општи стандарди постигнућа за крај општег средњег образовања и васпитања и средњег стручног образовања и васпитања у делу општеобразовних предмета усвојени у новембру 2013. године.

У оквиру сваке области дефинисано је шта ученик зна и уме на три нивоа: основном, средњем и напредном. Нивои стандарда описују у ком степену је ученик овладао одређеним знањима и вештинама. Стандарди као основа мерила постигнућа ученика на крају одређеног образовног циклуса представљају оквир из кога се дефинишу наставни програми појединачних предмета. Они би требало да омогуће контролу равномерног и уједначеног образовања, чији исходи могу да се провере на конкретан начин. Овако дефинисани стандарди, конципирани као стандарди постигнућа, у одређеној мери превазилазе оквире наставних програма и воде ка развијању специфичних вештина и компетенција које могу да имају своју примену не само током школовања, већ и након завршене школе.

Основни ниво намењен је свим ученицима и његова главна функција је у оснаживању оних ученика који одмах после завршене средње школе желе да буду конкурентни на тржишту рада, средњи ниво је намењен ученицима који ће наставити школовање на универзитетима, а напредни ниво стандарда из предмета математика служи оним ученицима који ће школовање наставити на факултетима на којима се математика изучава као предмет.

Стандарди представљају суштинска знања, вештине и умења које би ученици требало да поседују на крају одређеног циклуса образовања и без обзира на то што су подељени на нивое, они нису мерило за оцењивање током школовања, него служе као мерни инструмент у неколико домена: евалуативном, комуникативном и информативном.

Сви искази појединачних стандарда у овом документу означени су шифром на следећи начин 2.МА.х.у.з. при чему број 2 означава чињеницу да се ради о стандардима за крај општег средњег образовања и васпитања и средњег стручног образовања и васпитања у делу општеобразовних предмета, МА је скраћеница за назив предмета, х је ознака нивоа тј. х може бити 1 (основни), 2 (средњи) или 3 (напредни), у је ознака за област и може бити 1 (*Алгебра*), 2 (*Геометрија*), 3 (*Низови, функције, изводи и интеграл*) или 4 (*Комбинајорика, вероватноћа, статистика и финансијска математика*), а з представља редни број стандарда у оквиру одређене области. На пример, шифра 2.МА.2.1.8. указује на то да је реч о стандарду за крај општег средњег образовања за предмет математика, са средњег нивоа, из прве области (*Алгебра*) и да је осми по реду у тој области на том нивоу.

Општи стандарди постигнућа за крај општег средњег образовања и васпитања и средњег стручног образовања и васпитања у делу општеобразовних предмета за предмет математика подељени су на четири области и овде дајемо кратак осврт на сваку област посебно.

## Алгебра

Настава алгебре у средњим стручним школама и гимназијама темељи се на осмогодишњој настави аритметике и почетне алгебре у основној школи. Алгебра се у овом циклусу образовања, у зависности од модула, проучава у свим годинама школовања, са одступањем у броју часова и обиму градива. Кроз наставу алгебре, осим упознавања нових садржаја, ученици се оспособљавају да надограде усвојене нумеричке и алгебарске концепте, овладају математичким процесима као што су расуђивање, повезивање, примена, моделовање и усаврше вештину рачунања, извођења алгебарских поступака, комуникације математичким језиком, коришћења калкулатора и информационо-комуникационих технологија (ИКТ). Важна улога учења алгебре заснива се на њеној улози у другим областима где она представља моћан, а понекад и једини алат при решавању проблема, доказивању и закључивању.

Стандарде у овој области грубо можемо поделити на оне који се односе на:

- познавање различитих скупова бројева, бројевних система, операција са њима, одређивање вредности бројевних израза и приближних вредности;
- трансформације алгебарских израза, доказивања једнакости и неједнакости;
- решавање једначина, неједначина, система једначина са и без параметара и
- логику, скуповне операције и релације.

## Геометрија

Током средње школе ученици настављају проучавање геометријских садржаја започето у основној школи на формалнијем нивоу. Поред проширења већ научених појмова из планиметрије и стереометрије, ученици се упознају са елементима аналитичке геометрије која повезујући алгебру и геометрију упућује ученике на нове начине сагледавања и решавања геометријских проблема. Са тригонометријом се ученици први пут упознају на овом нивоу школовања, на основном нивоу – са тригонометријом правоуглог троугла и сналажењу на тригонометријском кругу, док је на наредна два нивоа повезују са појмом функције. Такође, продубљују се знања о векторима и њиховој примени у другим дисциплинама. Кроз наставу геометрије, осим упознавања нових садржаја, ученици се оспособљавају да надограде усвојене геометријске концепте, овладају вештином доказивања, процесима као што су расуђивање, повезивање, примена, моделовање као и коришћење динамичких софтвера за решавање проблема који многим ученицима могу бити од користи при визуелизацији проблема и при увиђању зависности појединих елемената. Важна улога учења геометрије заснива се и на њеној улози при решавању многих практичних проблема који се могу представити ученицима у зависности од модула који похађају, јер на тај начин ученици увиђају да геометрија може имати примену у разним занимањима. Стандарде у овој области можемо грубо поделити на оне који се односе на:

- елементарне појмове, својства, тврђења и формуле из планиметрије и стереометрије;
- изометријске трансформације, конструкције и доказе;
- тригонометрију и
- аналитичку геометрију и векторе.

## Низови, функције, изводи и интеграл

За разлику од алгебре и геометрије, чије се изучавање у средњој школи заснива на концептима усвојеним у основној школи, решавање проблема коришћењем апарата математичке анализе је потпуно нов концепт. Овај моћан математички апарат данас је незамењив у готово свим научним областима, а овладавање аналитичким концептима, процесима и вештинама оснажује ученика за решавање проблема у свакодневном животу. Кроз наставу математике у области низова, функција, извода и интеграла ученици стичу компетенције за анализирање узрочно-последичних веза између различитих појава, као и законитости у низу података. Усвајају математичке концепте као што су конвергенција, мера брзине промене прираштаја функције и интеграција, чиме стичу знања и вештине које им омогућавају примену при решавању најразличитијих проблема, посебно проблема оптимизације. Стандарде у овој области можемо грубо поделити на оне који се односе на:

- низове и математичку индукцију;
- функције и њихове графике;
- изводе и
- интеграле.

## Комбинаторика, вероватноћа, статистика и финансијска математика

Ова област математике је најближа искуству ученика јер смо свакодневно у прилици да решавамо разне комбинаторне проблеме, да анализирамо податке и доносимо финансијске одлуке. Ово је, такође, једина област обухваћена стандардима која нема упориште у актуелном програму математике у већини средњих школа.

Суштина изучавања комбинаторике је развијање логичко-комбинаторног система резоновања, као и стицање комбинаторних вештина потребних у свакодневном животу. Кроз наставу вероватноће ученици пре свега на концептуалном нивоу сагледавају појам неизвесности и све пратеће појмове као што су вероватноћа догађаја, немогућ и сигуран догађај и усвајају вештине неопходне за примену вероватносних модела у решавању проблема. Учењем статистике ученици стичу вештине које их оснажују за доношење одлука и аргументовање ставова на основу анализе података из

различитих извора. Финансијска математика је основа финансијске писмености, што је једна од најважнијих компетенција у данашње време. Доношење финансијских одлука свакодневно утиче на квалитет живота свакога од нас. Кроз наставу финансијске математике ученици се упознају са најважнијим финансијским инструментима и математичким концептима и техникама које су неопходне за решавање проблема и доношење финансијских одлука. Стандарде у овој области можемо грубо поделити на оне који се односе на:

- комбинаторику;
- вероватноћу;
- статистику и
- финансијску математику.

Стандарди за крај општег средњег образовања и васпитања и средњег стручног образовања и васпитања у делу општеобразовних предмета су од изузетне важности наставницима у циљу бољег планирања наставе и у избору адекватних метода за рад на часу и ученицима који ће моћи да процене на ком нивоу је њихово тренутно знање и у ком смеру да планирају даљи ток учења као и избор занимања.

*Ојшџаа найомена*

У стандардима ће се често помињати термини као што су једноставнији/сложенији израз, једначина, неједначина, проблем и слично. Како није могуће потпуно прецизно описати шта се тачно подразумева под једноставнијим, а шта под сложенијим, једна општа одредница може бити могућност посматрања израза, једначине, неједначине, проблема и слично у неком реалном контексту који је разумљив ученицима, као и броја корака потребних да се реши неки задатак.

Међу примерима који илуструју стандарде доминирају они који испитују функционалност стеченог знања, што не треба схватити као главну одредницу при реализацији наставе, већ као циљ до кога се стиже претходним усвајањем формалних знања, поступака, процедура и вештина. Аутори се надају да ће овај приручник бити од помоћи свим учесницима у процесу средњошколског образовања.

## 2.1. Веза образовних стандарда са наставним планом и програмом

Општи стандарди постигнућа за крај општег средњег образовања и васпитања и средњег стручног образовања и васпитања у делу општеобразовних предмета за предмет математика су у великој мери усклађени, у зависности од модула са важећим наставним плановима и програмима, али се појављује и један број стандарда који нису обухваћени актуелним плановима и програмима. То су следећи стандарди:

- 2.МА.1.3.4. У функцијама које су представљене графички или табеларно, анализира, примењује и приближно израчунава брзину промене помоћу прираштаја.\*
- 2.МА.1.4.5. Разуме појмове популације и узорка, израчунава и тумачи узорачку средину, медијану и мод.\*
- 2.МА.2.1.1. Преводи бројеве из једног бројног система у други.
- 2.МА.2.3.6. Разуме концепт извода функције и примењује га у проблемским ситуацијама.\*
- 2.МА.2.4.3. Разуме концепт дискретне случајне величине и израчунава очекивану вредност, стандардно одступање и дисперзију (варијансу).\*
- 2.МА.2.4.4. Разуме значај вероватноће у тумачењу статистичких података.\*
- 2.МА.2.4.5. Израчунава мере варијабилности и одступања од познатих расподела.\*
- 2.МА.2.4.6. Примењује математичка знања за доношење финансијских закључака и одлука.\*
- 2.МА.3.3.3. Користи елементарне функције за решавање проблема.\*

**2.МА.3.4.2.** Решава проблеме и доноси закључке у ситуацијама неизвесности користећи методе вероватноће и статистике.\*

**2.МА.3.4.4.** Користи методе вероватноће и статистике у финансијама.\*

Потреба за овим стандардима је двојака – са једне стране представља усклађивање са стандардима и програмом за крај другог циклуса обавезног образовања, а са друге се односи на потребе даљег школовања, живота и рада. Наведени стандарди представљају покушај да математичко образовање крене у сусрет будућности, у којој ће се од ученика очекивати и оваква врста математичке писмености која обухвата знања, вештине и концепте који су у вези са статистиком, вероватноћом и финансијском математиком. У међусобном садејству, постојећи планови и програми и стандарди који нису обухваћени досадашњим плановима и програмима представљаће основу на којој ће се градити математичко образовање потребно сваком ученику на крају средње школе без обзира на његово будуће занимање. Овим стандардима за корак смо ближе ревизији актуелних планова и програма у циљу приближавања мисији и визији истакнутој у Стратегији развоја образовања у Србији до 2020. године.<sup>5</sup>

Стандарди означени са \* нису тестирани, али су у приручнику ипак илустровани примерима, мада је за њихову имплементацију у наставном процесу потребно ревидирати наставне планове и програме и осмислити начине реализације како би се адекватно усвојили у пракси.

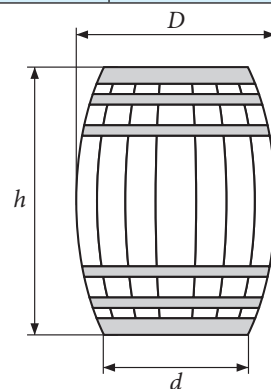
<sup>5</sup> На основу члана 45. став 1. Закона о Влади („Службени гласник РС”, бр. 55/05, 71/05 – исправка, 101/07, 65/08, 16/11, 68/12 - УС и 72/12)[47]

## 2.2. Објашњење образовних стандарда са примерима задатака

<b>2.МА.1.1.1.</b> Користи природне, целе, рационалне и реалне бројеве, различите записе тих бројева и преводи их из једног записа у други.	Основни ниво												
Тачно решење једног задатка у збирци је 0,1 . У табели су приказана решења тог задатка неких ученика.													
Заокружи слово испред тачног одговора. а) Сви ученици из табеле су тачно решили задатак. б) Задатак су тачно решили Алексић, Голубовић и Дејановић. в) Сви осим Вељковића су тачно решили задатак. г) Задатак су тачно решили само Голубовић и Дејановић.	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Ученик</th> <th>Решење</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Алексић</td> <td><math>\frac{1}{10}</math></td> </tr> <tr> <td>Брајовић</td> <td>10%</td> </tr> <tr> <td>Вељковић</td> <td>0,09</td> </tr> <tr> <td>Голубовић</td> <td><math>\frac{9}{90}</math></td> </tr> <tr> <td>Дејановић</td> <td><math>10^{-1}</math></td> </tr> </tbody> </table>	Ученик	Решење	Алексић	$\frac{1}{10}$	Брајовић	10%	Вељковић	0,09	Голубовић	$\frac{9}{90}$	Дејановић	$10^{-1}$
Ученик	Решење												
Алексић	$\frac{1}{10}$												
Брајовић	10%												
Вељковић	0,09												
Голубовић	$\frac{9}{90}$												
Дејановић	$10^{-1}$												
Решење:													
в) Сви осим Вељковића су тачно решили задатак.													

<b>2.МА.1.1.2.</b> Израчунава вредност бројевног израза у коме се појављују сабирање, одузимање, множење, дељење, степеновање и кореновање и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер.	Основни ниво
Израчунај вредност израза:	
$\frac{1,15 + 0,35 - 2,25 \cdot 2}{2,5 \cdot 3 + 6 : 4} + \left(\frac{1}{6}\right)^{-2} \cdot 27^{-1}$	
Вредност израза је _____.	
Решење:	
Вредност израза је 1.	



<b>2.МА.1.1.3.</b> Примењује правила заокругљивања бројева и процењује вредност израза у једноставним реалним ситуацијама.	Основни ниво
Чувени средњовековни научник Кеплер дао је око 1600. године формулу за приближно израчунавање запремине бурета (облика и димензија као на слици). Формула је:	
$V \approx \frac{\pi h}{12} (2D^2 + d^2)$	
Одреди приближну целобројну вредност запремине бурета у литрима, ако је $h = 8 \text{ dm}$ , $D = 6,5 \text{ dm}$ и $d = 5 \text{ dm}$ . ( $\pi \approx 3,14$ )	
Приближна целобројна вредност запремине бурета је ____ l.	
Решење:	
Приближна целобројна вредност запремине бурета је 229 l.	






<b>2.МА.1.1.4.</b> Трансформише једноставне алгебарске изразе.	Основни ниво
Закружи слово испред тачног одговора. Израз $\frac{(x-a)^2 + 2ax - (x+a)^2}{2}$ је једнак изразу:	
а) $ax$ б) $ax - a^2$ в) $ax + a^2$ г) $-ax$	
Решење:	
г) $-ax$	

<b>2.МА.1.1.5.</b> Решава једноставне проблеме који се свODE на линеарне и квадратне једначине.	Основни ниво
Глинени голуб је на стрелишту избачен вертикално увис. Висина на којој се глинени голуб налази изражена у метрима дата је функцијом: $h(t) = -5t^2 + 18t$ при чему је $t$ протекло време изражено у секундама од тренутка када је избачен. За колико секунди ће глинени голуб достићи висину од 16,2 m?	
Глинени голуб ће достићи висину од 16,2 метара за _____ секунди.	
Решење:	
Глинени голуб ће достићи висину од 16,2 метара за 1,8 секунди.	

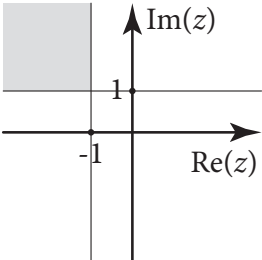
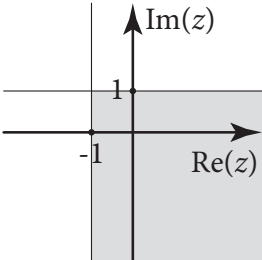
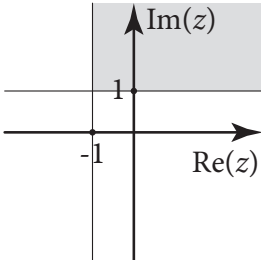
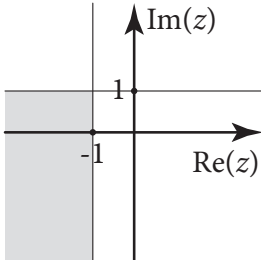
<b>2.МА.1.1.6.</b> Решава једноставне проблеме који се свODE на линеарне неједначине и једноставне квадратне неједначине.	Основни ниво	
У табели је дата понуда фирме за изнајмљивање аутомобила типа А и Б.		
 А	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ клима-уређај</li> <li>✓ 2 ваздушна јастука</li> <li>✓ радио</li> </ul>	5 999 динара дневно + 50 динара по пређеном километру
 Б	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ клима-уређај</li> <li>✓ 1 ваздушни јастук</li> <li>✓ осигуран</li> <li>✓ радио/ЦД</li> </ul>	3 499 динара дневно + 65 динара по пређеном километру
До које пређене целобројне километраже изнајмљивање аутомобила Б на један дан мање кошта? Изнајмљивање аутомобила Б на један дан мање кошта до _____ пређених целих километара.		
Решење:		
Изнајмљивање аутомобила Б на један дан мање кошта до 166 пређених целих километара.		



<p><b>2.МА.1.1.7.</b> Решава једноставне проблеме који се свODE на систем две линеарне једначине са две непознате.</p>	<p>Основни ниво</p>
<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 60%; border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px;"> <p>У свету постоји више различитих врста кафе. Две врсте се најчешће користе и то су арабика и робуста. Арабика се гаји на висини од 1 000 до 2 000 метара надморске висине и најбоље успева на температурама између 15°C и 24°C. Има наглашен мирис, избалансирану арому и њен укус је комбинација слаткоће и киселости. Она је скупља јер су трошкови производње већи и није отпорна на инсекте и разне болести. Робуста, која представља 25% светске производње кафе, расте у мочварним крајевима, тропским шумама до 700 метара надморске висине. Робуста садржи више кофеина него арабика, а стабљика јој је отпорнија. Зрно јој је округло, мање него код арабике. Трошкови производње су минимални, јер робуста није захтевна, због чега јој је и цена нижа.</p> </div> <div style="width: 35%; text-align: center;">  <p>COFFEA ARABICA</p> </div> </div> <p>У магацин предузећа „Сунчана обала” пристигло је укупно 9,6 t арабике и робусте кафе. Додављач је тражио да однос наручене количине арабике и робусте буде 3:5. Колико ће предузеће „Сунчана обала” платити пристиглу кафу, ако је цена арабике 2 400 долара по тони, а робусте 1 800 долара по тони?</p> <p>Предузеће ће платити укупно _____ долара.</p> <p>Решење:</p> <p>Предузеће ће платити укупно 19 440 долара.</p>	

<p><b>2.МА.1.1.8.</b> Зна и разуме основне логичке и скуповне операције и користи их.</p>	<p>Основни ниво</p>
<p> <math>A = \{x \in Z \mid x^2 \leq 9\}</math>  <math>B = \{x \in N \mid 8 - x &gt; 3\}</math>  <math>C = \{x \mid x \text{ непаран једноцифрени број}\}</math>                  Одреди <math>(A \cup B) \setminus C</math>  <math>(A \cup B) \setminus C = \underline{\hspace{2cm}}</math> </p> <p>Решење:</p> <p><math>(A \cup B) \setminus C = \{-3, -2, -1, 0, 2, 4\}</math></p>	

<p><b>2.МА.2.1.1.</b> Преводи бројеве из једног бројног система у други.*</p>	<p>Средњи ниво</p>
<p>Допуни реченицу тако да буде тачна.</p> <p>Декадни запис броја 67, записан у позиционом систему са основом 5 је _____.</p> <p>Решење:</p> <p>Декадни запис броја 67, записан у позиционом систему са основом 5 је 232.</p>	

<p><b>2.МА.2.1.2.</b> Разуме појам комплексног броја, представља га у равни и зна основне операције са комплексним бројевима.</p>	<p>Средњи ниво</p>
<p>На којој слици је осенчен скуп свих комплексних бројева <math>z</math> таквих да је <math>\text{Re}(z) \leq -1, \text{Im}(z) \leq 1</math>? Заокружи слово испод тачног одговора.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-end;"> <div style="text-align: center;">  <p>а)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>б)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>в)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>г)</p> </div> </div>	
<p>Решење:</p>	
<p>г)</p>	

<p><b>2.МА.2.1.3.</b> Израчунава вредност израза у коме се појављују и елементарне функције и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер.</p>	<p>Средњи ниво</p>
<p>Јачина <math>M</math> неког земљотреса по Рихтеровој скали израчунава се формулом</p> $M = \frac{2}{3} \log_{10} \frac{E}{E_0}$ <p>где је <math>E</math> ослобођена енергија земљотреса мерена у џулима (<math>J</math>), а <math>E_0 = 10^{4.4}</math> џула је јачина такозваног референтног земљотреса који је веома слаб.</p> <p>Ако је приликом земљотреса ослобођена енергија од <math>3,99 \cdot 10^{14}</math> џула, одреди јачину овог земљотреса по Рихтеровој скали и резултат заокружи на једну децималу.</p> <p><math>M \approx</math> _____</p>	
<p>Решење:</p>	
<p><math>M \approx 6,8</math></p>	

<p><b>2.МА.2.1.4.</b> Рачуна са приближним бројевима и процењује грешку.</p>	<p>Средњи ниво</p>
<p>За дате приближне вредности бројева <math>17,71 \leq a \leq 17,75</math> и <math>b = 5,04 \pm 0,01</math>, израчунај са тачношћу на две децимале приближну вредност броја <math>x = \frac{a}{b} + 2a</math>, са проценом грешке.</p> <p>Приближна вредност броја <math>x</math> на две децимале је _____.</p>	
<p>Решење:</p>	
<p>Приближна вредност броја <math>x</math> на две децимале је <math>38,98 \pm 0,05</math>.</p>	

2.МА.2.1.5. Трансформише алгебарске изразе.	Средњи ниво
Дати израз сведи на најједноставнији облик: $\frac{x-2}{x^2+2x} - \frac{4x}{x^2-4} + \frac{x+2}{x^2-2x} \quad (x \neq \pm 2, x \neq 0)$	
Решење:	
$-\frac{2}{x}$	

2.МА.2.1.6. Решава проблеме који се свode на једначине у којима се појављују елементарне функције.	Средњи ниво
Лука жели да уложи 30 000 динара у банку. На колико највише целих година може да орачи новац, тако да након тог периода из банке на име улога и камате узме мање од 75 000, ако је каматна стопа 12% и обрачунава се једном годишње. <i>Напомена:</i> Када се новац орачи на неки период, у том периоду из банке се не подиже ни главница ни камата. Лука може новац да орачи на ____ година.	
Решење:	
Лука може новац да орачи на 8 година.	

2.МА.2.1.7. Решава квадратне и једноставне рационалне неједначине.	Средњи ниво
Менаџер фирме која производи визиткарте је на основу досадашњег пословања увидео да се зарада у динарима коју они остваре за $x$ продатих визиткарти, при чему је $78 < x < 2\,062$ може описати функцијом $z(x) = -0,5x^2 + 1\,070x - 80\,000$	
За колико продатих визиткарти ( $x$ ) је зарада бар 400 000? За _____.	
Решење:	
За $640 \leq x \leq 1500$	

2.МА.2.1.8. Решава проблеме који се свode на системе линеарних једначина са највише три непознате.	Средњи ниво
Метан ( $\text{CH}_4$ ), глицерин ( $\text{C}_3\text{H}_8\text{O}_3$ ) и вода ( $\text{H}_2\text{O}$ ) имају редом релативне молекулске масе 16, 92, 18. Одреди релативне атомске масе угљеника, водоника и кисеоника $Ar(\text{C}) = \underline{\hspace{2cm}}$ , $Ar(\text{H}) = \underline{\hspace{2cm}}$ , $Ar(\text{O}) = \underline{\hspace{2cm}}$	
<div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> <p><i>Напомена:</i> Релативна атомска маса (<math>Ar</math>) је број који показује колико је пута маса неког атома већа од <math>1/12</math> масе атома <math>\text{C-12}</math>, на пример, <math>Ar(\text{S})=32,07 \approx 32</math>. Релативна молекулска маса (<math>Mr</math>) је број који показује колико је пута маса неког молекула већа од <math>1/12</math> масе атома <math>\text{C-12}</math>, на пример, <math>Mr(\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3) = 2 \cdot Ar(\text{Al}) + 3 \cdot (Ar(\text{S}) + 4 \cdot Ar(\text{O}))</math>.</p> </div>	
Решење:	
$Ar(\text{C}) = 12$ , $Ar(\text{H}) = 1$ , $Ar(\text{O}) = 16$	

<b>2.МА.2.1.9.</b> Зна и користи логичке и скуповне операције, исказни рачун и појам релације (посебно поретка и еквиваленције).	Средњи ниво
<p>На планету Зен стигло је 123 становника планете Мир. Служба за новопридошле становнике регистровала је деветоро оних који имају реп, рог и крила, 27 са рогом и крилима, 26 са репом и крилима, 32 са репом и рогом, 77 са репом и 18 који имају само рог. Колико становника који су дошли са планете Мир има само крила?</p> <p>Само крила има _____ становника који су дошли са планете Мир.</p>	
Решење:	
Само крила има 10 становника који су дошли са планете Мир.	

<b>2.МА.3.1.1.</b> Комплексне бројеве представља у тригонометријском и експоненцијалном облику и рачуна вредност израза са комплексним бројевима.	Напредни ниво
<p>Одреди комплексне бројеве <math>z</math> за које важи <math>z + 2i +  z - i  = 4 + \bar{z}</math>.</p> <p>То су бројеви _____.</p>	
Решење:	
То су бројеви $z_1 = 2\sqrt{3} - i$ , $z_2 = -2\sqrt{3} - i$ .	

<b>2.МА.3.1.2.</b> Израчунава вредност израза користећи својства операција и функција.	Напредни ниво
<p>Ако је <math>f\left(x + \frac{1}{x}\right) = 5 - x^2 - \frac{1}{x^2}</math>, (<math>x \neq 0</math>) и <math>g(x + 2) = (x + 1)\log_{0,5}\left(\frac{1}{2}\right)^{x+2}</math>. Израчунај <math>f(5) \cdot \frac{1}{g(-5)}</math>.</p> <p><math>f(5) \cdot \frac{1}{g(-5)} = \underline{\hspace{2cm}}</math></p>	
Решење:	
$f(5) \cdot \frac{1}{g(-5)} = -\frac{3}{5}$	

2.МА.3.1.3. Трансформише алгебарске изразе, доказује једнакости и неједнакости.	Напредни ниво
Докажи да за позитивне реалне бројеве $a$ и $b$ важе неједнакости између хармонијске, геометријске и аритметичке средине : $\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$	
Решење:	
$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$ $a - 2\sqrt{ab} + b \geq 0$ $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$	<p>Неједнакост између геометријске и аритметичке средине за бројеве <math>\frac{1}{a}</math> и <math>\frac{1}{b}</math> гласи:</p> $\sqrt{\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b}} \leq \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{2}, \text{ одакле следи } \sqrt{ab} \geq \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$

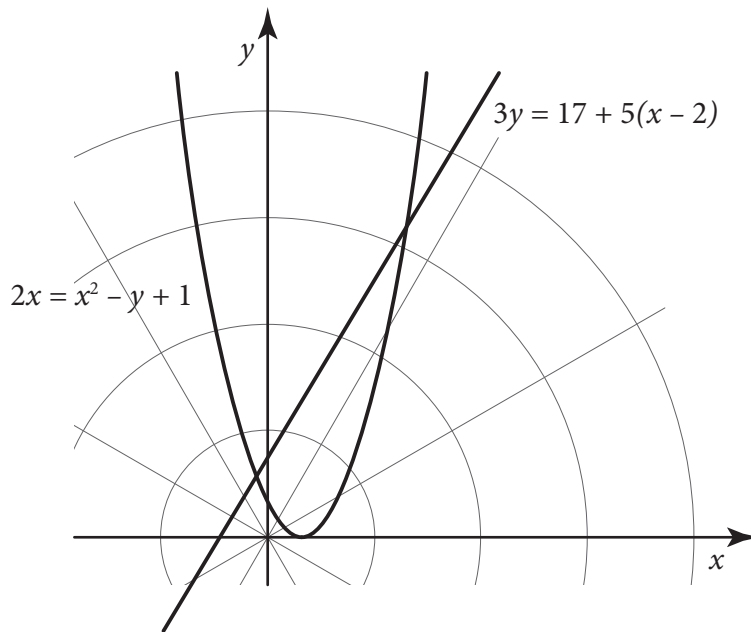
2.МА.3.1.4. Решава једначине са параметрима.	Напредни ниво
У једначини $(3 - m)x^2 + (m + 4)x - 3m = 0$ одреди вредност реалног параметра $m$ , ( $m \neq 3$ ) тако да за њена решења $x_1$ и $x_2$ важи $x_1 - x_2 = 4$ За $m =$ _____.	
Решење:	
За $m = 4$ и $m = \frac{32}{27}$	

2.МА.3.1.5. Решава неједначине користећи основна својства елементарних функција.	Напредни ниво
Одреди скуп решења неједначине $\log_{\frac{1}{2}}\left(x - \frac{1}{2}\right) > \log_2\left(x + \frac{1}{2}\right)$ . Одговор: _____	
Решење:	
$x \in \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{5}}{2}\right)$	

2.МА.3.1.6. Решава системе линеарних једначина са и без параметара и једноставне системе нелинеарних једначина.

Напредни  
ниво

На слици је приказан део снимка са радара где су уцртане путање два објекта која се крећу константним брзинама.

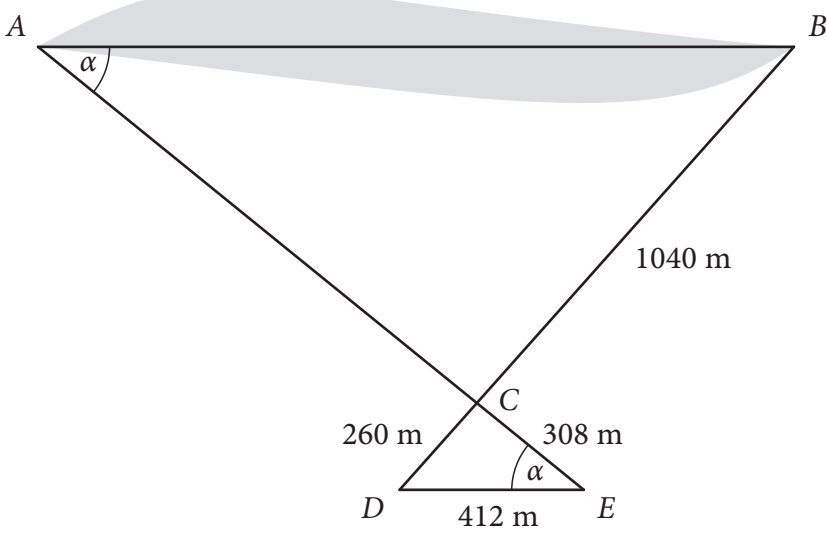


Кретање ових објеката приказано је једначинама  $2x = x^2 - y + 1$  и  $3y = 17 + 5(x - 2)$ .  
У којим координатама Декартовог координатног система је могућ судар ова два објекта?


Одговор: \_\_\_\_\_

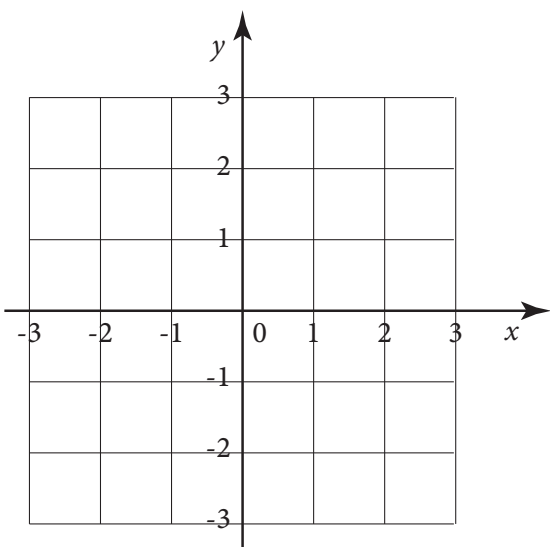
Решење:

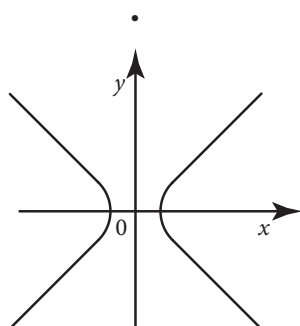
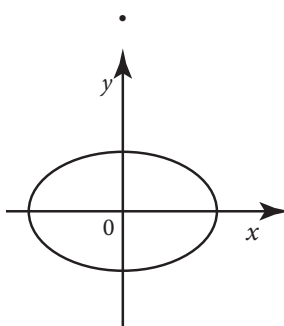
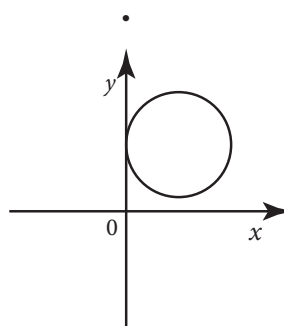
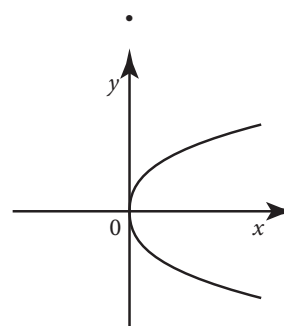
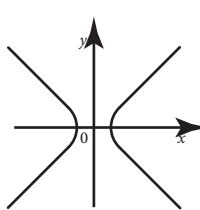
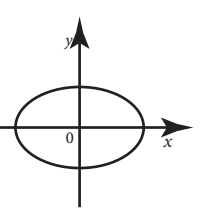
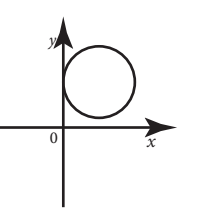
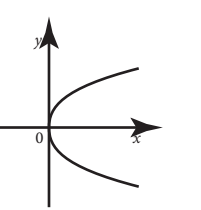
$$T_1\left(-\frac{1}{3}, \frac{16}{9}\right), T_2(4, 9)$$

<b>2.МА.1.2.1.</b> Разуме концепте подударности и сличности геометријских објеката, симетрије, транслације и ротације у равни.	Основни ниво
На основу података са слике одреди растојање између објеката $A$ и $B$ међусобно раздвојених језером.	
	
Растојање између објеката $A$ и $B$ је ____ метара.	
Решење:	
Растојање између објеката $A$ и $B$ је 1 648 метара.	

<b>2.МА.1.2.2.</b> Израчунава и процењује растојања, обиме и површине геометријских фигура у равни користећи формуле.	Основни ниво
Израчунај обим и површину једнакокраког трапеза чије су основице дужине 8 dm и 20 dm, а угао између основице и крака је $60^\circ$ .	
$O =$ _____ $P =$ _____	
Решење:	
$O = 62$ cm $P = 84\sqrt{3}$ cm <sup>2</sup>	

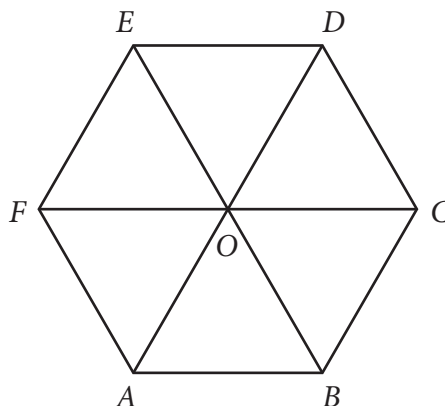
<b>2.МА.1.2.3.</b> Израчунава и процењује површине и запремине геометријских тела у простору, користећи формуле.	Основни ниво
Израчунај запремину праве пирамиде чија је основа правилна звезда петокрака површине 5 cm <sup>2</sup> (дата на слици), а висина те пирамиде једнака је 5 cm.	
$V =$ _____	
Решење:	
$V = \frac{25}{3}$ cm <sup>3</sup>	

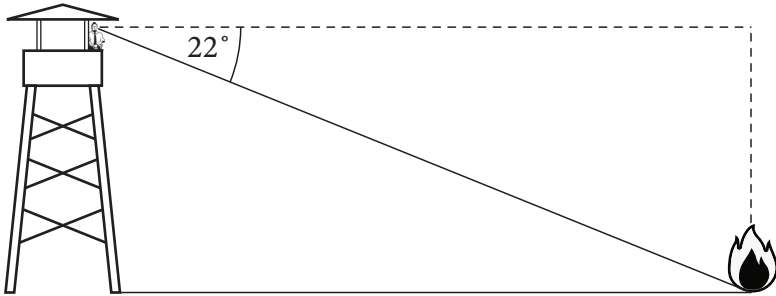
<b>2.МА.1.2.4.</b> Користи координатни систем за представљање једноставних геометријских објеката у равни.	<b>Основни ниво</b>
У Декартовом координатном систему уцртај тачке $A(-2, 0)$ , $B(2, 0)$ , $C(2, 2)$ , $D(0, 3)$ и $E(-2, 2)$ , а затим израчунај површину петоугла $ABCDE$ .	
Површина петоугла $ABCDE$ је _____.	
Решење:	
Површина петоугла $ABCDE$ је 10.	

<b>2.МА.1.2.5.</b> Препознаје криве другог реда.	<b>Основни ниво</b>		
Сlike кривих другог реда повежи са њиховим називима.			
парабола •	хипербола •	елипса •	круг •
			
Решење:			
парабола •	хипербола •	елипса •	круг •
			

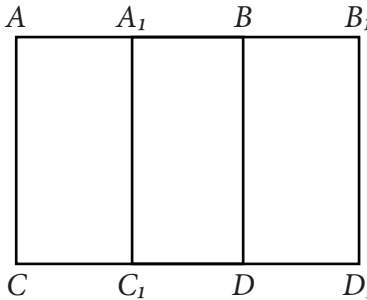


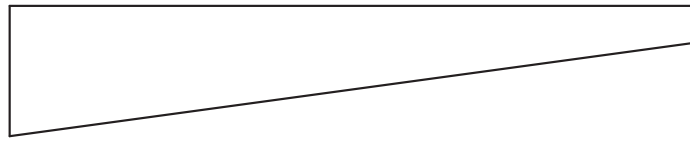
<p><b>2.МА.1.2.6.</b> Разуме појам вектора, зна основне операције са векторима и примењује их.</p>	<p>Основни ниво</p>
<p>На слици је дат правилан шестоугао <math>ABCDEF</math>. Вектор <math>2 \cdot (\vec{BO} - \vec{CO})</math> једнак је вектору:</p> <p>а) <math>\vec{BC}</math> б) <math>\vec{BE}</math> в) <math>\vec{AE}</math> г) <math>\vec{AD}</math></p> <p>Заокружи слово испред тачног одговора.</p>	
<p>Решење:</p>	
<p>г) <math>\vec{AD}</math></p>	



<p><b>2.МА.1.2.7.</b> Примењује тригонометрију правоуглог троугла у једноставним реалним ситуацијама.</p>	<p>Основни ниво</p>
<p>Чувар у Националном парку је са контролног торња уочио ватру. Ако је висина са које је он уочио ватру 10 m, а депресиони угао <math>22^\circ</math>, колико је ватра удаљена од торња? (Наведи целобројну вредност у метрима.)</p> 	
<p><i>Напомена:</i> Особа која се налази на торњу мора погледати доле да уочи ватру. Правац под којим особа посматра ватру формира <b>депресиони угао</b> са хоризонталном линијом.</p> <p>Ватра је удаљена од торња _____.</p>	
<p>Решење:</p>	
<p>Ватра је удаљена од торња 25 m.</p>	

<p><b>2.МА.1.2.8.</b> Уме да реализује и примени једноставне геометријске конструкције.</p>	<p>Основни ниво</p>
<p>Конструисати троугао ако су дати елементи <math>a, c, h_a</math> при чему је <math>c \geq h_a</math>.</p>	
<p>Решење:</p>	
<p>Конструисан троугао са датим елементима (бар једно решење).</p>	

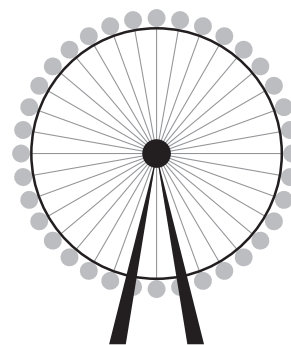
<b>2.МА.2.2.1.</b> Решава проблеме и доноси закључке користећи основна геометријска тврђења, метричка својства и распоред геометријских објеката.	Средњи ниво
Заокружи слово испред тачног одговора. Којом изометријском трансформацијом је квадрат $ABCD$ пресликан у квадрат $A_1B_1C_1D_1$ , при чему се теме $A$ прсликава у теме $A_1$ , теме $B$ у теме $B_1$ , теме $C$ у теме $C_1$ , а теме $D$ у теме $D_1$ ?	
а) ротацијом б) translацијом в) осном симетријом г) централном симетријом д) композицијом осне симетрије и translације	
Решење:	
б) translацијом	

<b>2.МА.2.2.2.</b> Уочава равне пресеке геометријских фигура у простору и рачуна њихову површину.	Средњи ниво
Унутрашњост правоугаоног базена ширине $6,1\text{ m}$ и дужине $11\text{ m}$ и са попречним пресеком датим на слици треба обојити заштитним слојем боје.	
	
Потребна минимална дебљина сувог слоја је $3\text{ mm}$ , док током сушења $25\%$ боје испари. Боја се продаје у паковањима од $20$ литара. Колико најмање паковања боје је потребно купити да се базен обоји заштитним слојем минималне дебљине $3\text{ mm}$ ?	
Потребно је купити најмање _____ паковања боје.	
Решење:	
Потребно је купити најмање $23$ паковања боје.	

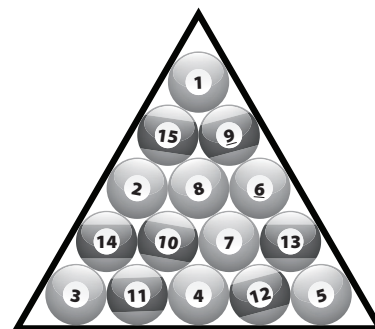
<b>2.МА.2.2.3.</b> Решава једноставне проблеме користећи једначину праве и криве другог реда.	Средњи ниво
Возило хитне помоћи број $1207$ дежура у кружној области са центром у координати $(3,4)$ и полупречником $2\text{ km}$ . Кроз ту област пролази булевар представљен функцијом $-y + 3 + x = 0$ . Колика је приближна дужина дела булевара у километрима на којој је ово возило дежурно?	
<i>Напомена:</i> Координатни систем у коме посматрамо област има јединичну дуж дужине $1\text{ km}$ .	
Приближна дужина дела булевара на којој је ово возило дежурно је _____ $\text{km}$ .	
Решење:	
Приближна дужина дела булевара на којој је ово возило дежурно је $2\sqrt{2}\text{ km}$ .	

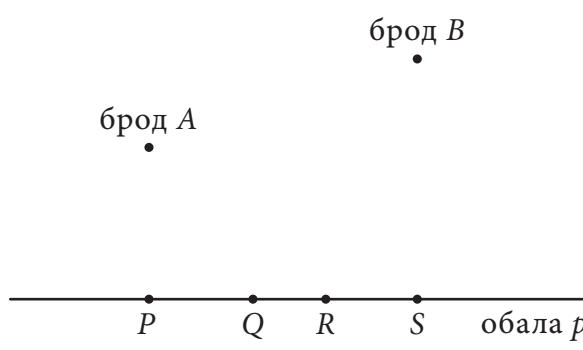
2.МА.2.2.4. Примењује својства вектора при решавању проблема.	Средњи ниво
<p>Заокружи слово испред тачног одговора. Ако је вектор <math>\vec{v} = (2, -1, 1)</math> а вектор <math>\vec{t} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}</math> онда је вектор <math>2\vec{v} - \vec{t}</math> једнак:</p> <p>а) (7, 6, 4) б) (7, -6, 4) в) (1, 2, 0) г) (1, 2, 1)</p>	
Решење:	
в) (1, 2, 0)	

2.МА.2.2.5. Примењује тригонометријске функције у једноставним реалним ситуацијама.	Средњи ниво
<p>Лондонски точак, популарно назван <i>Лондонско око</i>, јесте вртешка пречника 135 m са 32 капсуле. Колико је најкраће растојање између две капсуле? (<math>\pi \approx 3,14</math>)</p> <p>Заокружи слово испред тачног одговора.</p> <p>а) од 12 m до 12,5 m б) од 12,5 m до 13 m в) од 13 m до 13,5 m г) од 13,5 m до 14 m</p>	
Решење:	
<p>в) од 13 m до 13,5 m</p> $d = 135 \sin \frac{\pi}{32} \approx 13,23 \text{ m}$	



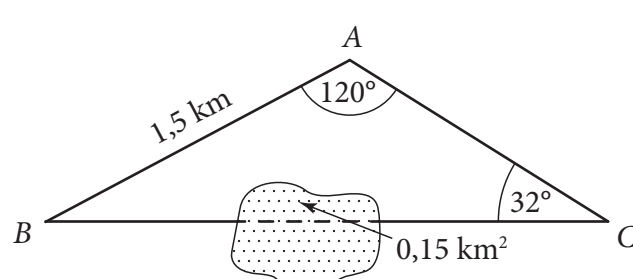
2.МА.3.2.1. Примењује основне теореме планиметрије и њихове последице у решавању проблема и у доказивању геометријских тврђења.	Напредни ниво
<p>На слици је приказано 15 билијарских лоптица пречника 8 cm смештених у рам облика једнакостраничног троугла. Колика је дужина странице рама приказаног на слици? (<math>\sqrt{3} \approx 1,73</math>)</p>	
Дужина странице рама је _____ cm.	
Решење:	
<p>Дужина странице рама је <math>(32 + 8\sqrt{3})</math> cm или приближно 45,86 cm. <math>a = 2r \cdot \text{tg}60^\circ + 8r</math></p>	



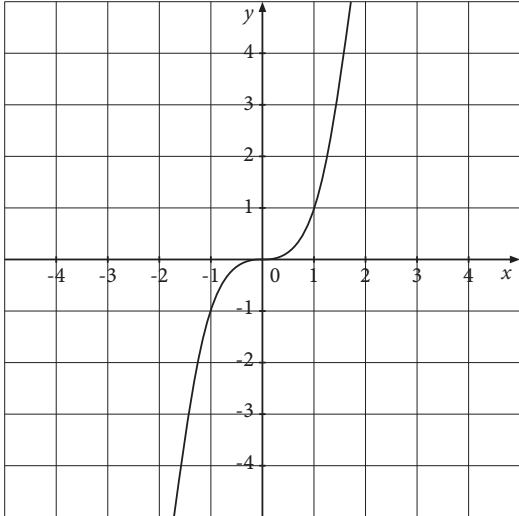
<p><b>2.МА.3.2.2.</b> Решава геометријске проблеме и доноси закључке користећи изометријске трансформације у равни и простору.</p>	<p>Напредни ниво</p>
<p>Брод „Албатрос” је усидрен на мору у тачки <math>A</math>, а брод „Бела” усидрен је у тачки <math>B</math>, недалеко од праволинијског дела обале <math>p</math>, приказаног на слици. Са брода „Албатрос” чамац треба да превезе једног путника до обале, а затим да дође до брода „Бела”. Чамац може да пристане у тачкама <math>P, Q, R</math> и <math>S</math>.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Најкраћи пут који чамац може да пређе од брода „Албатрос” до брода „Бела” је пут означен тачкама:</p> <p>а) <math>APB</math>          б) <math>AQB</math>          в) <math>ARB</math>          г) <math>ASB</math></p> <p>Заокружи слово испред тачног одговора и образложи одговор.</p> <p>Решење:</p> <p>б) <math>AQB</math></p>	

<p><b>2.МА.3.2.3.</b> Решава проблеме користећи једначине кривих другог реда и њихових тангенти у координатном систему.</p>	<p>Напредни ниво</p>
<p>Под којим углом се секу кружница <math>3x^2 + 3y^2 - 32x - 128 = 0</math> и парабола <math>y^2 = 8x</math>.</p> <p>Парабола и кружница у свакој од пресечних тачака секу се под углом од ____ .</p> <p>Решење:</p> <p>Парабола и кружница у свакој од пресечних тачака секу се под углом од <math>45^\circ</math> (или <math>135^\circ</math>).          Пресечне тачке кружнице и хиперболе су: <math>M(8, 8)</math> и <math>N(8, -8)</math>.          Једначине тангенти у тачки <math>M</math> су: <math>x+3y-32=0</math> (кружнице) и <math>x-2y+8=0</math> (параболе).          Угао је <math>45^\circ</math> (или <math>135^\circ</math>).</p>	

<b>2.МА.3.2.4.</b> Примењује рачун са векторима (скаларни и векторски производ).	Напредни ниво
Дате су тачке $A(-1,0,1)$ , $B(2,1,9)$ и $C(4,1,13)$ и $D(11,20,8)$ у простору. а) Израчунај површину троугла одређеног тачкама $A$ , $B$ и $C$ .  Површина троугла $ABC$ је _____. б) Испитај да ли су $\vec{AB}$ и $\vec{CD}$ узајамно ортогонални.	
Решење:	
а) Површина троугла $ABC$ је 3. б) Међусобно су ортогонални, јер је $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$ .	

<b>2.МА.3.2.5.</b> Примењује тригонометријске функције у проблемима.	Напредни ниво
На слици је дата мапа терена који је контаминиран.	
	
Асанација терена врши се композитом. Композит је органска смеша која у потпуности очисти земљиште од штетних и токсичних материја. На терену се налази и мало језеро чијих се $0,15 \text{ km}^2$ површине налази у склопу имања. Ако је једна врећа композита довољна за $3\ 850 \text{ m}^2$ земљишта, одреди минималан број врећа потребних да се овај терен деконтаминира (језеро није контаминирано). Све величине заокругли током рачуна на две децимале.	
Решење:	
Потребно је најмање 186 врећа. $\frac{c}{\sin \gamma} = \frac{b}{\sin \beta}$ $\frac{1,5}{\sin 32^\circ} = \frac{b}{\sin 28^\circ}$ $b \approx 1,3289 \text{ km}$ $P = \frac{1}{2}bc \sin \alpha \approx 0,86314297 \text{ km}^2 = 863142,97 \text{ km}^2$ $(863142,97 - 150000) : 3850 \approx 185,23$	

<b>2.МА.1.3.1.</b> Препознаје правилност у низу података (аритметички и геометријски низ...), израчунава чланове који недостају, као и суму коначног броја чланова низа.	Основни ниво
У концертној дворани у првом реду има 20 столица, а у сваком следећем за две столице више. Колико столица има у седамнаестом реду?	
У седамнаестом реду има _____ столице.	
Решење:	
У седамнаестом реду има 52 столице.	

<b>2.МА.1.3.2.</b> Разуме појам, израчунава вредност, користи и скицира график линеарне, квадратне, степене, експоненцијалне, логаритамске и тригонометријских функција синуса и косинуса.	Основни ниво
Која од функција одговара графику приказаном на слици?	
Заокружи слово испред тачног одговора.	
а) $f(x) = x^2$	
б) $f(x) = x^3$	
в) $f(x) = \log_2 x$	
г) $f(x) = 2^x$	
Решење:	
б) $f(x) = x^3$	

<p><b>2.МА.1.3.3.</b> Анализира графички представљене функције (одређује нуле, знак, интервале монотоности, екстремне вредности и тумачи их у реалном контексту).</p>	<p>Основни ниво</p>
<p>На слици је приказан график функције <math>y = f(x)</math>. На интервалу <math>[-2,6]</math> одреди:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div data-bbox="183 490 743 746"> <p>а) Колико нула има ова функција?</p> <p>б) Одреди интервале у којима је ова функција растућа?</p> <p>в) Одреди скуп вредности (кодомен) ове функције.</p> </div> <div data-bbox="776 350 1453 862"> </div> </div>	
<p>Решење:</p>	
<p>а) три                      б) растућа је на <math>(0,1)</math> и на <math>(2,3)</math>                      в) <math>y \in [-2,2]</math>.</p>	

<p><b>2.МА.1.3.4.</b> У функцијама које су представљене графички или табеларно, анализира, примењује и приближно израчунава брзину промене помоћу прираштаја*.</p>	<p>Основни ниво</p>
<p>У једну од празних шоља са слике константном брзином се улива кафа. На графику је дата зависност висине кафе у шољи од времена од тренутка када се почиње са сипањем до тренутка у коме је шоља до врха пуна. На основу графика закључи чија је шоља у питању?</p>	
<div style="display: flex; flex-wrap: wrap; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center; margin: 10px;">  Аца         </div> <div style="text-align: center; margin: 10px;">  Боба         </div> <div style="text-align: center; margin: 10px;">  Влада         </div> <div style="text-align: center; margin: 10px;">  Горан         </div> </div>	
<p>У питању је _____ шоља.</p>	
<p>Решење:</p>	
<p>У питању је Бобина шоља.</p>	

<p><b>2.МА.2.3.1.</b> Решава проблеме користећи својства аритметичког и геометријског низа, примењује математичку индукцију и израз за суму бесконачног геометријског низа у једноставним случајевима.</p>	<p>Средњи ниво</p>
<p>Број бактерија у једној колонији је 150. Ако се за сат времена број бактерија удвостручи, колико ће бактерија у тој колонији бити после 10 сати?</p>	
<p>После 10 сати број бактерија у тој колонији ће бити _____ .</p>	
<p>Решење:</p>	
<p>После 10 сати број бактерија у тој колонији ће бити 153 600.</p>	

<p><b>2.МА.2.3.2.</b> Разуме концепт конвергенције низа и израчунава граничну вредност низа у једноставним случајевима.</p>	<p>Средњи ниво</p>
<p>Израчунај <math>\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 2n - 1}{n^2 - 5n}</math></p>	
<p>Решење:</p>	
$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 2n - 1}{n^2 - 5n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left( 3 + \frac{2}{n} - \frac{1}{n^2} \right)}{n^2 \left( 1 + \frac{5}{n} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{2}{n} - \frac{1}{n^2}}{1 + \frac{5}{n}} = 3$	

<p><b>2.МА.2.3.3.</b> Уме да скицира графике елементарних функција и да их трансформише користећи транслације и дилатације дуж координатних оса.</p>	<p>Средњи ниво</p>
<p>График функције <math>y =  x </math> је транслиран до положаја приказаног на слици. Одреди функцију графика са слике.</p>	
<p><math>y =</math> _____</p>	
<p>Решење:</p>	
<p><math>y =  x - 3  + 2</math></p>	



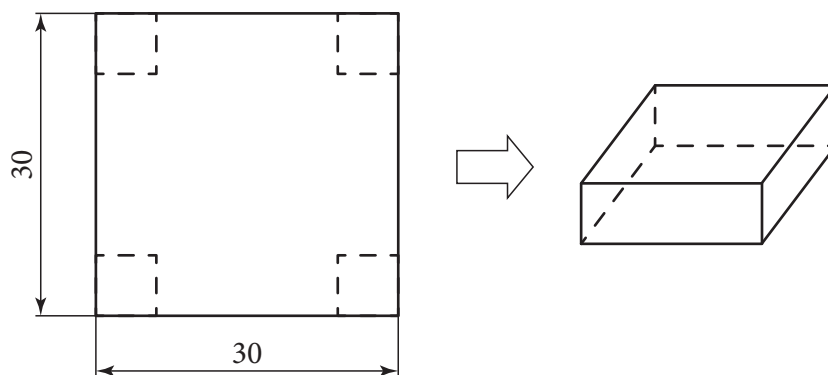
<p>2.МА.2.3.4. Решава проблеме користећи основна својства функција (област дефинисаности, периодичност, парност, монотоност).</p>	<p>Средњи ниво</p>
<p>Одреди област дефинисаности функције</p>	
$y = \log \frac{x^2 - 7x + 12}{1 - x} + \sqrt{\frac{x - 2}{x + 2}} + e^{\frac{1}{x - 3,5}}$	
<p>Решење:</p>	
$D_f = (-\infty, -2) \cup \left(3, 3\frac{1}{2}\right) \cup \left(3\frac{1}{2}, 4\right)$	

<p>2.МА.2.3.5. Разуме концепт непрекидности и израчунава једноставне граничне вредности функција.</p>	<p>Средњи ниво</p>
<p>Користећи се графицима функција на сликама одреди:</p>	
<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div data-bbox="206 964 768 1394"> </div> <div data-bbox="817 964 1379 1394"> </div> </div>	
<p>а) <math>f(3) = \underline{\hspace{2cm}}</math>      б) <math>\lim_{x \rightarrow 3^+} g(x) = \underline{\hspace{2cm}}</math>      в) <math>\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}</math>      г) <math>g(6) = \underline{\hspace{2cm}}</math></p>	
<p><i>Напомена:</i> Пуне тачке означавају вредности функције, а празне граничне вредности функције.</p>	
<p>Решење:</p>	
<p>а) <math>f(3) = 5</math>      б) <math>\lim_{x \rightarrow 3^+} g(x) = 2</math>      в) <math>\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 0</math>      г) <math>g(6) = 2</math></p>	

**2.МА.2.3.6.** Разуме концепт извода функције и примењује га у проблемским ситуацијама.\*

Средњи  
ниво

Ученици су добили задатак да од картона квадратног облика чија је страница дужине 30 cm направе кутију највеће запремине. Професор им је рекао да се од картона могу по угловима исецати само квадрати, као што је приказано на слици. Одреди димензије овакве кутије.



Димензије кутије су \_\_\_\_\_.

Решење:

Димензије кутије су 20 cm, 20 cm и 5 cm.

**2.МА.2.3.7.** Решава проблеме минимума и максимума користећи извод функције.

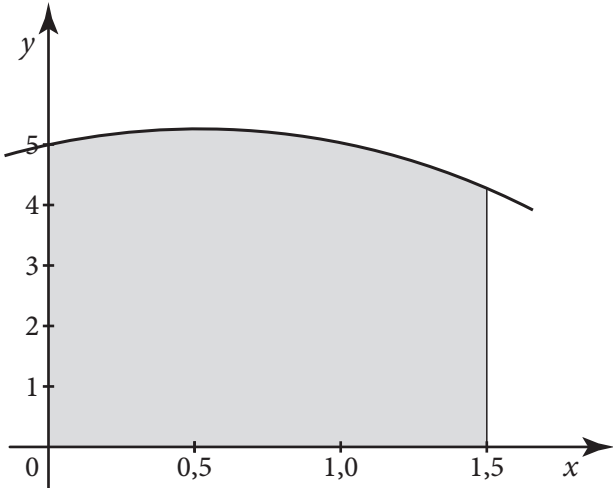
Средњи  
ниво

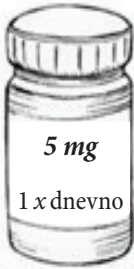
Материјал за израду основа конзерве облика ваљка је два пута скупљи по квадратном центиметру од материјала за омотач. Одреди димензије металне конзерве запремине 1,875 литара за чију израду су трошкови израде минимални. ( $\pi \approx 3,14$ )

Минимални трошкови су ако је полупречник основе конзерве приближно \_\_\_\_ cm , а висина конзерве приближно \_\_\_\_\_ cm.

Решење:

Минимални трошкови су ако је полупречник основе конзерве приближно 5,3 cm, а висина конзерве приближно 21,3 cm.

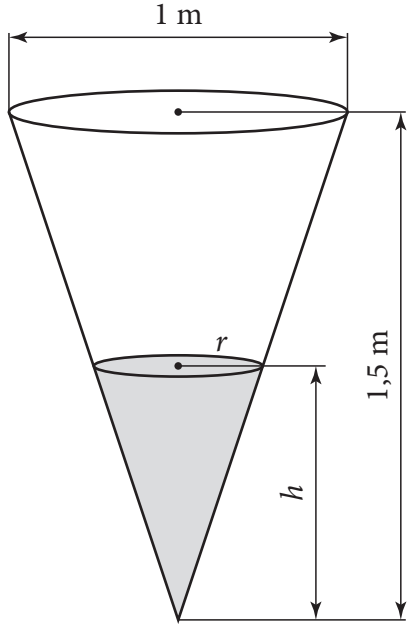
<p><b>2.МА.2.3.8.</b> Разуме концепт одређеног интеграла и његову примену у једноставним ситуацијама.</p>	<p>Средњи ниво</p>
<p>На слици је приказан део графика функције <math>y = -x^2 + x + 5</math>. Одреди површину осенченог дела.</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="flex: 1;"> <p>Површина осенченог дела је ____.</p> </div> <div style="flex: 1;">  </div> </div>	
<p>Решење:</p>	
<p>Површина осенченог дела је <math>P = \int_0^{1.5} y dx = 7,5</math>.</p>	

<p><b>2.МА.3.3.1.</b> Примењује математичку индукцију, аритметички и геометријски низ и израз за суму бесконачног геометријског низа у проблемским ситуацијама.</p>	<p>Напредни ниво</p>
<p>Лек Варфарин је антикоагулант који спречава згрушавање крви. Преписује се пацијентима код којих постоји ризик од стварања угрушака који могу довести до можданог удара. Да би овај лек био ефикасан потребно је да достигне одређену концентрацију у крви. Пацијент једном дневно, увек у исто време, узима по 5 mg овог лека. Након 24 часа у крви остаје 8% лека и потребно је узети нову дозу. Одреди количину лека (у милиграмима) коју пацијент има у крви непосредно пре десете узете дозе. Непосредно пре десете дозе у крви пацијента је ____ mg лека.</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="flex: 1;">  </div> </div>	
<p>Решење:</p>	
<p>Непосредно пре десете дозе у крви пацијента је 0,74 mg лека. <math>5 \text{ mg} \cdot 1,08^8 \cdot 0,08 = 0,74 \text{ mg}</math></p>	

<p><b>2.МА.3.3.2.</b> Израчунава граничну вредност низа, анализира и интерпретира понашање низа података, изводи и интерпретира закључке.</p>	<p>Напредни ниво</p>
<p>Одреди граничну вредност низа чији је општи члан <math>a_n = \frac{\sqrt[4]{n^4 + 4} - n}{2n - \sqrt[4]{16n^4 + 1}}</math>.</p>	
<p>Решење:</p>	
<p>-8</p>	

2.МА.3.3.3. Користи елементарне функције за решавање проблема.*	Напредни ниво
<p>Археолози на основу процента преостале концентрације количине угљеника–14 у костима могу одредити старост остатака диносауруса. Старост одређују помоћу функције <math>C(t) = 0,5^{\frac{t}{5730}}</math>, где је <math>t</math> протекло време у годинама, а <math>C(t)</math> представља количину угљеника–14 у односу на укупну количину угљеника. Ако је у пронађеним костима детектовано 60% угљеника –14, заокружи слово испред броја година које могу представљати старост пронађених остатака диносауруса.</p> <p>а) мање од 3 500 година            б) више од 3 500, а мање од 4 100 година            в) више од 4 100 година, а мање од 4 600 година            г) тачно 7 700 година            д) више од 7 700 година</p>	
Решење:	
в) више од 4 100 година, а мање од 4 600 година	

2.МА.3.3.4. Израчунава граничне вредности функција и решава проблеме користећи својства непрекидности функција.	Напредни ниво
<p>Одреди:</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sqrt{x+1} - 1}$	
Решење:	
8	

<p><b>2.МА.3.3.5.</b> Решава проблеме и доноси закључке анализирајући функције користећи диференцијални рачун.</p>	<p>Напредни ниво</p>
<p>Резервоар за воду је облика и димензија као на слици.                  У празан резервоар улива се вода константном брзином од <math>0,06 \text{ m}^3/\text{min}</math>.                  За које време ће ниво воде у резервоару порастати до 1,2 метра висине и колика је брзина пораста нивоа воде у том тренутку?  <math>(\pi \approx 3,14)</math>                  Ниво воде ће порастати до 1,2 метра висине за ____ минута, а брзина пораста нивоа воде у том тренутку је ____ <math>\text{m}/\text{min}</math>.</p> <div style="text-align: right;">  </div>	
<p>Решење:</p>	
$t = \frac{16\pi}{15} \text{ min} \approx 3,35 \text{ min}, \quad h' \left( \frac{16\pi}{15} \right) = \frac{3}{8\pi} \text{ m}/\text{min} \approx 0,12 \text{ m}/\text{min}$	

<p><b>2.МА.3.3.6.</b> Решава проблеме применом интегралног рачуна (површине равних фигура, запремине тела, дужине кривих, функција расподеле и својства случајних променљивих).</p>	<p>Напредни ниво</p>
<p>Веб-дизајнер графички моделује кокошије јаје ротацијом функције <math>y = \frac{2}{3}\sqrt{9-x^2}</math> око <math>x</math>-осе у интервалу <math>-3 \leq x \leq 3</math>. Ако су мере за <math>x</math> и <math>y</math> дате у центиметрима, одреди запремину јајета моделованог овом функцијом.</p> <p>Запремина јајета је ____ <math>\text{cm}^3</math>.</p>	
<p>Решење:</p>	
<p>Запремина јајета је <math>16\pi \text{ cm}^3</math> или <math>50,24 \text{ cm}^3</math>.</p> $V = \int_{-3}^3 y^2 \pi dx = 16\pi \approx 50,24$	

<b>2.МА.1.4.1.</b> Пребројава могућности (различитих избора или начина) у једноставним реалним ситуацијама.	Основни ниво
<p>На Светском првенству у фудбалу у групи са Србијом су Бразил, Русија и Кина. Свака екипа ће играти са сваком по једну утакмицу. Колико ће утакмица укупно бити одиграно у овој групи?</p> <p>Укупно ће бити одиграно ____ утакмица.</p>	
Решење:	
Укупно ће бити одиграно 6 утакмица.	

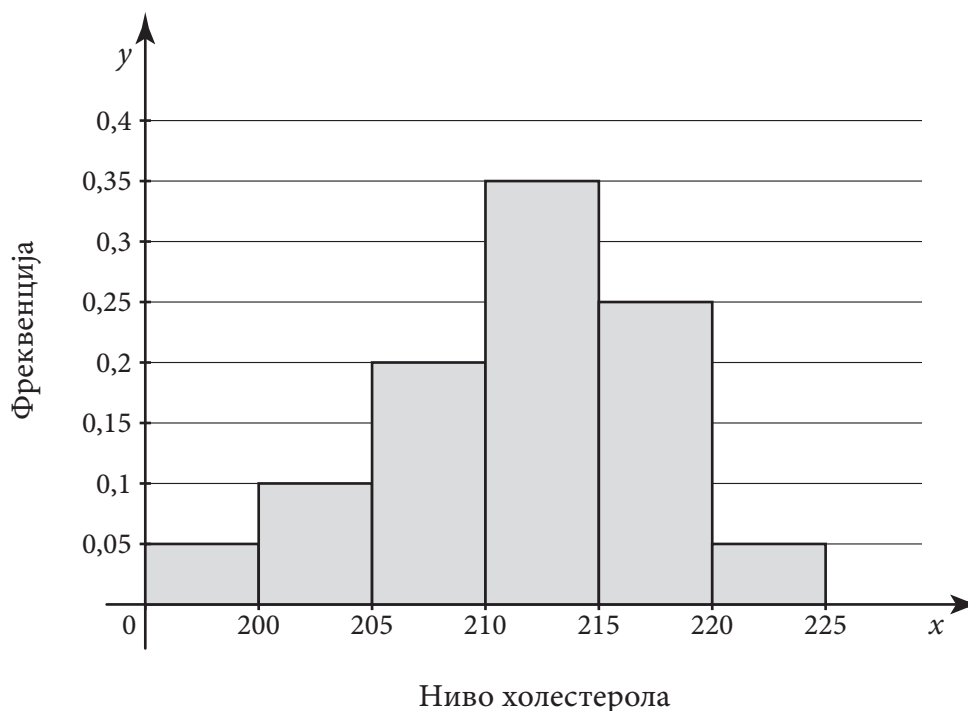
<b>2.МА.1.4.2.</b> Примењује рачун са пропорцијама и процентни рачун при решавању једноставних практичних проблема.	Основни ниво
<p>За шест сати непрекидног рада машина запакује 1 260 кутија једног производа. Да бисмо добили 10 000 запакованих кутија, потребно је:</p> <p>а) мање од 24 сата б) тачно 24 сата в) више од 24 сата, али мање од 48 сати г) тачно 48 сати д) више од 48 сати</p> <p>Заокружи слово испред тачног одговора.</p>	
Решење:	
в) више од 24 сата, али мање од 48 сати	

<b>2.МА.1.4.3.</b> Разуме концепт вероватноће и израчунава вероватноће догађаја у једноставним ситуацијама.	Основни ниво
<p>У групи од 300 добровољних давалаца крви има 60 особа које имају крвну групу А, 75 особа са крвном групом Б, 80 са крвном групом О, а остали су АБ група. Уколико лаборант од ових 300 епрувета са узорцима крви, насумично узме један узорак, колика је вероватноћа да је тај узорак крвне групе О?</p> <p>Вероватноћа да је изабрани узорак крвне групе О је ____ .</p>	
Решење:	
Вероватноћа да је изабрани узорак крвне групе О је $\frac{4}{15}$ или 26,67%.	

2.МА.1.4.4. Графички представља податке у облику дијаграма и табела, анализира податке и њихову расподелу.

Основни  
ниво

На слици је приказан хистограм којим је описан проценат пацијената са нивоом холестерола (у mg/dl) који се креће у одређеним границама у крви код 200 пацијената.



а) Колико пацијената има ниво холестерола између 205 mg/dl и 210 mg/dl?

Ниво холестерола између 205 mg/dl и 210 mg/dl има \_\_\_\_ пацијената.

б) Колики проценат пацијената има ниво холестерола већи од 215 mg/dl?

Ниво холестерола већи од 215 mg/dl има \_\_\_\_ % пацијената.

в) Колико пацијената има ниво холестерола мањи од 205 mg/dl?

Ниво холестерола мањи од 205 mg/dl има \_\_\_\_ пацијената.

Решење:

а) Ниво холестерола између 205 mg/dl и 210 mg/dl има 40 пацијената.

б) Ниво холестерола већи од 215 mg/dl има 30% пацијената.

в) Ниво холестерола мањи од 205 mg/dl има 30 пацијената.

2.МА.1.4.5. Разуме појмове популације и узорка, израчунава и тумачи узорачку средину, медијану и мод.\*

Основни  
ниво


Петров професор математике тестове оцењује са максимално 100 поена. Ако је Петар на прва четири теста освојио просечно 60 поена, а на петом тесту је имао укупно 80 поена. Израчунај просечан број поена на ових пет тестова које је Петар решавао.

Петар је на ових пет тестова освојио просечно \_\_\_\_ поена.

Решење:

Петар је на ових пет тестова освојио просечно 64 поена.

<b>2.МА.1.4.6.</b> Примењује основна математичка знања за доношење финансијских закључака и одлука.	Основни ниво
<p>Пре десет година, када је Милан имао 8 година, његови родитељи су олучили у банци одређену суму новца до Милановог пунолетства. У време када је новац олучен, камата на штедњу је била 5% на годишњем нивоу и уговором је прецизирано да се она не мења током времена. Сада, када је постао пунолетан, Милан је подигао сав олучени новац.</p> <p>Заокружи слово испред тачног тврђења.</p> <p>а) Милан је подигао 50% мање новца него што је олучено због камате на штедњу.          б) Милан је подигао исто новца колико је и олучено, јер је уговором предвиђено да се камата не мења.          в) Милан је подигао више новца него што је олучено због камате на штедњу.</p>	
Решење:	
в) Милан је подигао више новца него што је олучено због камате на штедњу.	

<b>2.МА.2.4.1.</b> Примењује правила комбинаторике за пребројавање могућности (различитих избора или начина).	Средњи ниво
<p>Регистарска таблица за моторно возило, осим за такси возила, беле је боје, оивичена црном линијом и на њој је са леве стране, на плавој подлози, белим словима исписана међународна ознака Републике Србије, црним словима исписана ознака регистарског подручја, а црним цифрама и словима, између којих је утиснут знак “-”, исписан је регистарски број возила. Регистарски број возила састоји се од три цифре (од 000 до 999) и комбинације два слова. Слова регистарског броја су сва слова латиничког писма осим Lj, Nj и Dž и латинична слова X, Y и W (укупно 30 слова).</p>	
<div style="text-align: center;">  </div>	
<p>Колико је највише оваквим таблицама могуће регистровати моторних возила на територији града Београда?</p> <p>Могуће је највише регистровати _____ моторних возила.</p>	
Решење:	
Могуће је највише регистровати 900 000 моторних возила.	



<b>2.МА.2.4.2.</b> Решава проблеме користећи пропорцију и процентни рачун.	Средњи ниво
<p>Аца, Даца и Маца су наследили 277 500 динара. Према тестаменту, делови које добијају Аца и Даца односе се као 3:2, а део који припада Маци се према Ацином делу односи као 4:5. Колико је свако од њих наследио?</p> <p>Аца је наследио _____ динара, Даца је наследила _____ динара и Маца је наследила _____ динара.</p>	
Решење:	
<p>Аца је наследио 112 500 динара, Даца је наследила 75 000 динара и Маца је наследила 90 000 динара.</p>	

<b>2.МА.2.4.3.</b> Разуме концепт дискретне случајне величине и израчунава очекивану вредност, стандардно одступање и дисперзију (варијансу).*	Средњи ниво																												
<p>Улагач је добио табелу о могућим зарадама при улагању у два пројекта.</p>																													
<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">ПРОЈЕКАТ 1</th> <th colspan="2">ПРОЈЕКАТ 2</th> </tr> <tr> <th>зарада (у хиљадама долара)</th> <th>вероватноћа</th> <th>зарада (у хиљадама долара)</th> <th>вероватноћа</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>30</td> <td>0,45</td> <td>15</td> <td>0,15</td> </tr> <tr> <td>60</td> <td>0,20</td> <td>50</td> <td>0,65</td> </tr> <tr> <td>-5</td> <td>0,20</td> <td>100</td> <td>0,10</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>0,05</td> <td>-8</td> <td>0,07</td> </tr> <tr> <td>10</td> <td>0,10</td> <td>3</td> <td>0,03</td> </tr> </tbody> </table>		ПРОЈЕКАТ 1		ПРОЈЕКАТ 2		зарада (у хиљадама долара)	вероватноћа	зарада (у хиљадама долара)	вероватноћа	30	0,45	15	0,15	60	0,20	50	0,65	-5	0,20	100	0,10	5	0,05	-8	0,07	10	0,10	3	0,03
ПРОЈЕКАТ 1		ПРОЈЕКАТ 2																											
зарада (у хиљадама долара)	вероватноћа	зарада (у хиљадама долара)	вероватноћа																										
30	0,45	15	0,15																										
60	0,20	50	0,65																										
-5	0,20	100	0,10																										
5	0,05	-8	0,07																										
10	0,10	3	0,03																										
<p>На основу табеле одреди за који пројекат улагач може очекивати већу добит и образложи одговор. Одговор: _____</p>																													
Решење:																													
<p>Очекивана добит за Пројекат 1 је 25,75, а за Пројекат 2 је 44,28, па већу добит улагач може очекивати у Пројекту 2.</p>																													

<b>2.МА.2.4.4.</b> Разуме значај вероватноће у тумачењу статистичких података.*	Средњи ниво
<p>Владимир је 6 пута бацао стандардну коцкицу за играње и пет пута добио шестицу. Колика је вероватноћа овог догађаја?</p>	
<p>Вероватноћа је _____.</p>	
Решење:	
$\binom{6}{1} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^1 = \frac{5}{6^5} = 0,000643$	



2.МА.2.4.5. Израчунава мере варијабилности и одступања од познатих расподела.*	Средњи ниво
<p>Годишњи тест из математике полаже се писмено и усмено. Сви ученици, без обзира на резултат писменог дела који се састоји од задатака, одговарају и теорију усмено, тако да професор на крају формира коначну оцену. Јована је на писменом делу добила 66 поена, а на усменом 80 поена. Професор је направио анализу резултата и сви ученици из Јованиног одељења су на писменом освојили 51 поен са стандардном девијацијом 12, а на усменом су освојили 72 поена са стандардном девијацијом 16.</p> <p>Заокружи слово испред тачног одговора.</p> <p>а) Јована је у односу на своје одељење била успешнија на писменом делу.            б) Јована је у односу на своје одељење била успешнија на усменом делу.            в) Јованини резултати се не могу поредити са резултатима одељења.            г) Јована је била мање успешна на писменом делу у односу на одељење.            д) Јована је била мање успешна на усменом делу у односу на одељење.</p>	
Решење:	
<p>а) Јована је у односу на своје одељење била успешнија на писменом делу.</p> $\frac{66 - 51}{12} = 1,25 \quad \frac{80 - 72}{16} = 0,5$	

2.МА.2.4.6. Примењује математичка знања за доношење финансијских закључака и одлука.*	Средњи ниво
<p>Андрија је нашао стару прадедину штедну књижицу и видео је да прадеда читавих 60 година није подигао 100 канадских долара са књижице. Ако је камата на штедњу фиксна по уговору и износи 10% годишње, колико Андрија може сада подићи новца? (<i>Навести целобројну вредност.</i>)</p> <p>Андрија сада може подићи _____ канадских долара.</p>	
Решење:	
Андрија сада може подићи 30 448 канадских долара.	

2.МА.3.4.1. Решава сложеније комбинаторне проблеме.	Напредни ниво
<p>Марко има геометријска тела тзв. „блокове за слагање” облика ваљка, тростране призме, квадрата и коцке. Сви ови „блокови за слагање” су међусобно различити по материјалу (дрво, пластика), величини (мали, средњи, велики), боји (црвени, плави, зелени и жути) и облику основе (округли, троугласти, квадратни и правоугаони). Укупно има <math>96 = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4</math> тела. Колико таквих „блокова за слагање” се разликује у тачно две особине од дрвене, велике плаве коцке?</p> <p>Од дрвене, велике плаве коцке у тачно две особине се разликује _____ „блокова за слагање”.</p>	
Решење:	
Од дрвене, велике плаве коцке у тачно две особине се разликује 29 „блокова за слагање”.	

2.МА.3.4.2. Решава проблеме и доноси закључке у ситуацијама неизвесности користећи методе вероватноће и статистике.\*

Напредни ниво

Сара жели да отвори салон лепоте у свом насељу. Она разматра следеће могућности:

- да отвори козметички салон или
- да отвори козметички и фризерски салон,
- јасно увек постоји могућност да одустане.

Сара је извршила анализу профитабилности могућих опција у зависности од стања на тржишту, које може бити повољно или неповољно. Ако се определи за козметички салон, она очекује профит од 12 000 евра (у случају повољног тржишта) и губитак од 5 000 евра (у случају неповољног тржишта). У случају да отвори козметички и фризерски салон и у зависности од тржишних услова, имала би профит од 15 000 евра или губитак од 7 500 евра. Сара верује да су шансе јављања повољних тржишних услова 60:40.

а) Прикажи податке табелом одлучивања и израчунај максималну цену потпуне информације.

б) Због могућих великих губитака, Сара је одлучила да пре коначне одлуке консултује агенцију за истраживање тржишта, која ће за 1 000 евра спровести анкету. Агенција на основу искуства оцењује да је вероватноћа појављивања повољне информације 0,65, али напомиње и да је вероватноћа добијања повољне информације под условом да су на тржишту услови неповољни једнака 0,20. Израчунај све потребне вероватноће, нацртај дрво одлучивања и изабери оптималну стратегију.

Решење:

Пре свега, доделимо догађајима следеће ознаке:  $S_1$  – повољно тржиште,  $S_2$  – неповољно тржиште,  $A_1$  – отворити козметички салон,  $A_2$  – отворити козметички и фризерски салон,  $A_3$  – одустати,  $B_1$  – ангажовати агенцију,  $B_2$  – не ангажовати агенцију,  $I_p$  – повољна информација,  $I_n$  – неповољна информација.

а) Табела одлучивања

Акције	Догађаји	
	$S_1$	$S_2$
$A_1$	12 000	- 5 000
$A_2$	15 000	- 7 500
$A_3$	0	0
Вер.	0,6	0,4

С обзиром да су очекиване вредности акција:

$$OV(A_1) = 0,6 \cdot 12\,000 + 0,4 \cdot (-5\,000) = 5\,200$$

$$OV(A_2) = 0,6 \cdot 15\,000 + 0,4 \cdot (-7\,500) = 6\,000$$

$$OV(A_3) = 0,6 \cdot 0 + 0,4 \cdot 0 = 0$$

Јасно је да би применом метода максималне очекиване вредности одлука била акција  $A_2$ , односно инвестиција у козметички и фризерски салон. Уз потпуне информације наша одлука би била инвестиција у козметички и фризерски салон када је тржиште повољно, односно одустајање од инвестиције када је тржиште неповољно. Дакле, уз савршене информације очекивани добитак износи  $0,6 \cdot 15\,000 + 0,4 \cdot 0 = 9\,000$ , па би максимална цена потпуне информације била  $9\,000 - 6\,000 = 3\,000$  евра.

б) Како би конструисали дрво одлучивања у вези са дилемом око ангажовања агенције, потребно је израчунати одговарајуће вероватноће. Из информација датих у задатку имамо:

$$P(I_p|S_1) = 0,65 \quad P(I_p|S_2) = 0,2$$

Одакле применом формуле потпуне вероватноће налазимо:

$$P(I_p) = P(I_p|S_1)P(S_1) + P(I_p|S_2)P(S_2) = 0,65 \cdot 0,6 + 0,2 \cdot 0,4 = 0,39 + 0,08 = 0,47$$

$$P(I_n) = P(I_n|S_1)P(S_1) + P(I_n|S_2)P(S_2) = 0,35 \cdot 0,6 + 0,8 \cdot 0,4 = 0,21 + 0,32 = 0,53$$

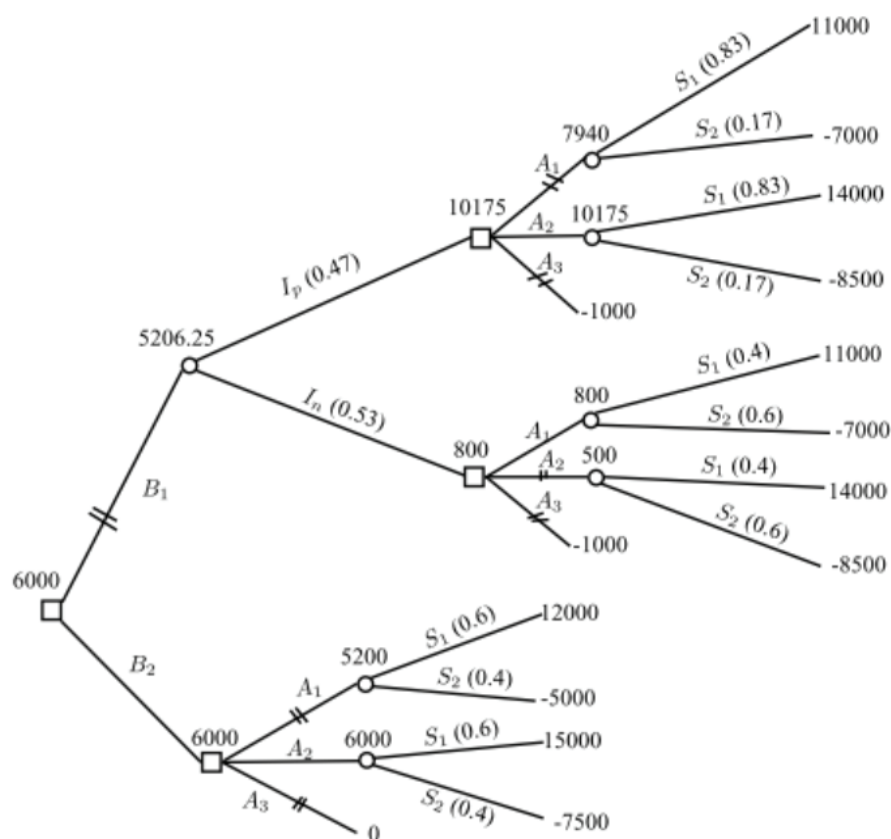
а применом Бајесове формуле

$$P(S_1|I_p) = \frac{P(I_p|S_1)P(S_1)}{P(I_p)} = \frac{0,39}{0,47} \approx 0,83$$

$$P(S_2|I_p) = \frac{P(I_p|S_2)P(S_2)}{P(I_p)} = \frac{0,08}{0,47} \approx 0,17$$

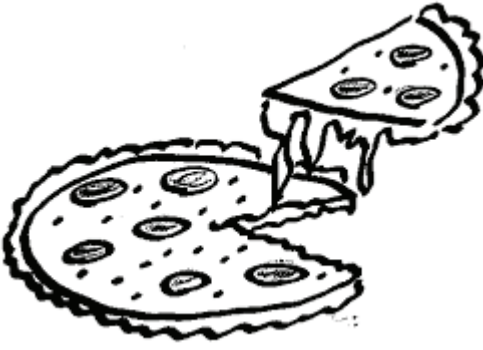
$$P(S_1|I_n) = \frac{P(I_n|S_1)P(S_1)}{P(I_n)} = \frac{0,21}{0,53} \approx 0,4$$

$$P(S_2|I_n) = \frac{P(I_n|S_2)P(S_2)}{P(I_n)} = \frac{0,32}{0,53} \approx 0,6$$



После унесених одговарајућих износа, долазимо до одлуке: не треба ангажовати агенцију по цени од 1 000 евра за несавршену информацију.

2.МА.3.4.3. Зна појам функције расподеле, појам непрекидне случајне величине и нормалне расподеле.	Напредни ниво
Тежина кесе са детерцентом је 5 kg са стандардним одступањем од 0,2 kg. Детерцент се испоручује у палетама од по 500 кеса.	
а) Вероватноћа да је произвољно изабрана кеса из палете тежа од 5,5 kg је _____.	
б) Вероватноћа да је произвољно изабрана кеса из палете тежа од 4,6 kg, а лакша од 5,5 kg је ____.	
в) Приближно _____ врећа у палети лакше је од 5,5 kg.	
Решење:	
а) Вероватноћа да је произвољно изабрана кеса из палете тежа од 5,5 kg је 0,00621.	
б) Вероватноћа да је произвољно изабрана кеса из палете тежа од 4,6 kg, а лакша од 5,5 kg је 0,971.	
в) Приближно 497 врећа у палети лакше је од 5,5 kg.	

2.МА.3.4.4. Користи методе вероватноће и статистике у финансијама*.	Напредни ниво
<p>Власник пицерије је решио да увећа промет тако што би наручио 2 000 флајера по цени од 1 динара по комаду, платио 1 500 динара радника који би током пет дана у околини локала делио флајере пролазницима. Сваки купац који би дошао са флајером добио би попуст од 10% на цену пице од 200 динара. Пре ове акције, власник је тестирао како би све функционисало и на основу подељених флајера и одобрених попушта закључио да сваки пети подељени флајер заврши у пицерији.</p>	
	
а) Колика је вероватноћа да са подељених 30 флајера добије очекивани број купаца?	
б) Да ли је улагање у флајере и раднике исплативо? Образложи одговор.	
Решење:	
а) 18%; б) Улагање је исплативо, јер власник улаже 3 500 динара за рекламу, а ако сваки пети купац дође са флајером зарадиће 72 000 динара, чист добитак био би 68 500.	

### 2.3. Примена у наставном процесу – планирању и реализацији наставе и вредновању исхода

Достизање стандарда траје током читавог школовања, што намеће потребу да се остваривању стандарда тежи у свим годинама учења математике. Из тог разлога током планирања и реализације садржаја школског плана и програма за предмет математика, требало би узети у обзир и стандарде за крај општег средњег образовања. Поједини стандарди или његови делови користе се више пута током школовања, те ниво њихове усвојености не мора бити у складу са нивоом предвиђеним за крај школовања. У пракси, то значи да стандарди служе као циљ коме тежимо, док је сам процес њиховог остваривања усмерен ка настави која користи кључне стандарде за дату област. Након оваквог планирања и реализације, намеће се потреба провере остварености стандарда која може бити разноврсна – тестови на крају наставне теме, иницијални тестови, полугодишњи и годишњи тестови, израда задатака који испитују оствареност одређених стандарда на часовима утврђивања, радни листови на крају наставне јединице и слично.

Током планирања и реализације наставе потребно је имати на уму и остваривање међупредметних компетенција<sup>6</sup> (компетенција за целоживотно учење, комуникација, рад с подацима и информацијама, дигитална компетенција, решавање проблема, сарадња, одговорно учешће у демократском друштву, одговоран однос према здрављу, одговоран однос према околини, естетичка компетенција, предузимљивост и оријентација ка предузетништву).

Остваривање међупредметних компетенција у настави математике може се извести кроз разноврсне облике наставе и учења. Неке од међупредметних компетенција су у директној вези са општим и специфичним компетенцијама за предмет математика као што су, на пример, комуникација, рад са подацима и информацијама, дигитална компетенција, решавање проблема, сарадња, предузимљивост и компетенција за целоживотно учење. Остале међупредметне компетенције које нису директно повезане са самим предметом могу се развијати кроз активности као што су истраживачки и пројектни задаци или учешће у активностима које не морају да се дешавају у школи (екскурзије, посете научним манифестацијама, посете музејима и сл).

Наставници свој рад планирају на основу програмом дефинисаних циљева, задатака, оперативних задатака и садржаја. Увођењем стандарда мења се процес планирања и основ за планирање нису више само циљеви, задаци и садржаји већ и образовни стандарди, односно искази у оквиру одређених области образовних стандарда. Образовни стандарди се дугорочно остварују, тј. остварују се током читавог циклуса учења математике у средњој школи. Из тих разлога се исти образовни стандарди у процесу планирања и реализације могу појавити у свим разредима и у различитим темама.

<sup>6</sup> Општи стандарди постигнућа за крај општег средњег образовања и васпитања и средњег стручног образовања и васпитања у делу општеобразовних предмета усвојених у новембру 2013. године. – Прилог 1



Дајемо пример стандарда са основног нивоа који се могу идентификовати у различитим областима и наставним темама.

### ОСНОВНИ НИВО

**Из области АЛГЕБРА ученик и у другим областима често користи следеће стандарде:**

- 2.МА.1.1.1. Користи природне, целе, рационале и реалне бројеве, различите записе тих бројева и преводи их из једног записа у други.
- 2.МА.1.1.2. Израчунава вредност бројевног израза у коме се појављују сабирање, одузимање, множење, дељење, степеновање и кореновање и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер.
- 2.МА.1.1.3. Примењује правила заокругљивања бројева и процењује вредност израза у једноставним реалним ситуацијама.
- 2.МА.1.1.4. Трансформише једноставне алгебарске изразе.
- 2.МА.1.1.5. Решава једноставне проблеме који се свде на линеарне и квадратне једначине.
- 2.МА.1.1.6. Решава једноставне проблеме који се свде на линеарне неједначине и једноставне квадратне неједначине.
- 2.МА.1.1.7. Решава једноставне проблеме који се свде на систем две линеарне једначине са две непознате.

**У области ГЕОМЕТРИЈА ученик и у другим областима често користи следеће стандарде:**

- 2.МА.1.2.2. Израчунава и процењује растојања, обиме и површине геометријских фигура у равни користећи формуле.
- 2.МА.1.2.3. Израчунава и процењује површине и запремине геометријских тела у простору, користећи формуле.
- 2.МА.1.2.4. Користи координатни систем за представљање једноставних геометријских објеката у равни.
- 2.МА.1.2.5. Препознаје криве другог реда.
- 2.МА.1.2.7. Примењује тригонометрију правоуглог троугла у једноставним реалним ситуацијама.

**У области НИЗОВИ, ФУНКЦИЈЕ, ИЗВОДИ И ИНТЕГРАЛИ ученик и у другим областима често користи следеће стандарде:**

- 2.МА.1.3.1. Препознаје правилност у низу података (аритметички и геометријски низ...), израчунава чланове који недостају, као и суму коначног броја чланова низа.
- 2.МА.1.3.3. Анализира графички представљене функције (одређује нуле, знак, интервале монотоности, екстремне вредности и тумачи их у реалном контексту).

**У области КОМБИНАТОРИКА, ВЕРОВАТНОЋА, СТАТИСТИКА И ФИНАНСИЈСКА МАТЕМАТИКА ученик и у другим областима често користи следеће стандарде:**

- 2.МА.1.4.2. Примењује рачун са пропорцијама и процентни рачун при решавању једноставних практичних проблема.
- 2.МА.1.4.4. Графички представља податке у облику дијаграма и табела, анализира податке и њихову расподелу.

На овај начин у процесу реализације наставе један стандард се може остваривати у различитим областима. На пример, стандард:

**2.МА.2.3.3. Уме да скицира графике елементарних функција и да их трансформише користећи трансформације и дилатације дуж координатних оса.**

Наставник остварује путем садржаја који се односе на све врсте функција које се обрађују у темама које се тичу линеарне, квадратне, експоненцијалне, логаритамске и тригонометријских функција. У примерима који следе показаћемо како се наведени стандард са средњег нивоа може повезати са стандардима из других области уз различите активности ученика и у оквиру једне теме на часу у зависности од модула у коме се тема обрађује.

Пример успостављања везе између једног стандарда из области Низови, функције, изводи и интегрални са стандардима из других области и предметним и међупредметним компетенцијама

**2.МА.2.3.3. Уме да скицира графике елементарних функција и да их трансформише користећи транслације и дилатације дуж координатних оса.**

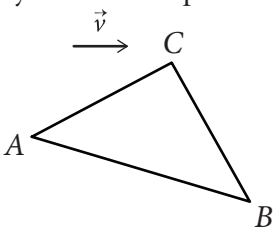
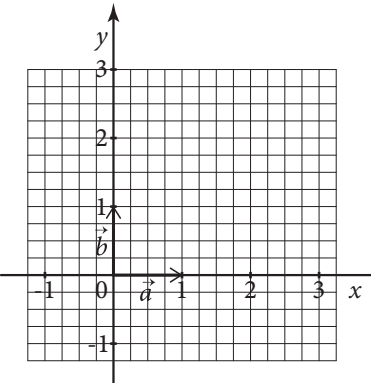
Области	Одговарајући стандард	Предметне компетенције		Међупредметне компетенције
		Делови опште предметне компетенције који се односе на дати стандард	Делови специфичних предметних компетенција који се односе на дати стандард	
Алгебра	2.МА.2.1.5. Трансформише алгебарске изразе.	Оспособљен је да формулише питања и претпоставке на основу доступних информација, решава проблеме и бира одговарајуће математичке методе.  Ученик просторно резонује (представља податке о просторном распореду објеката сликом или на менталном плану).	<b>Домен 1. Математичко знање и резонување</b> Представља сликом геометријске објекте, упоређује карактеристике и уочава њихове међусобне односе.  <b>Домен 2. Примена математичких знања и вештина на решавање проблема</b> Бира оптималне опције у животним и професионалним ситуацијама користећи алгебарске, геометријске и аналитичке методе.  <b>Домен 3. Математичка комуникација</b> Дискутује о резултатима добијеним применом математичких модела.	Компетенције за целоживотно учење Комуникација Рад с подацима и информацијама Решавање проблема Сарадња Предузетништво
Геометрија	2.МА.2.2.4. Примењује својства вектора при решавању проблема.			
Комбинаторика, вероватноћа, статистика и финансијска математика	2.МА.2.4.6. Примењује математичка знања за доношење финансијских закључака и одлука.*			



Примери задатака којима се успостављања веза између једног стандарда са стандардима из других области

Стандард из области Низови, функције, изводи и интеграл

**2.МА.2.3.3. Уме да скицира графике елементарних функција и да их трансформише користећи транслације и дилатације дуж координатних оса.**

Алгебра	Геометрија	Комбинајторика, вероватноћа, статистика и финансијска математика
<p>Како би ученик успешно савладао посматрани стандард 2.МА.2.3.3, један од услова је и да уме да трансформише алгебарске изразе (стандард 2.МА.2.1.5).</p> <p>Примери:</p> <p>1. Следеће триноме запиши у облику квадрата бинома:            а) <math>x^2 + 12x + 36</math>; <math>x^2 - 12x + 36</math>            б) <math>x^2 + x + \frac{1}{4}</math>; <math>x^2 - 0,6x + 0,09</math></p> <p>2. Следеће триноме запиши у облику <math>(x \pm a)^2 \pm b</math>:            а) <math>x^2 + 4x + 5</math>            б) <math>x^2 + 7x + 25</math></p> <p>3. Следеће триноме запиши у облику <math>a(x \pm b)^2 \pm c</math>:            а) <math>2x^2 + 12x + 1</math>            б) <math>2x^2 - 7x - 15</math></p>	<p>Како би ученик успешно савладао посматрани стандард 2.МА.2.3.3, један од услова је и да уме да примењује својства вектора при решавању проблема (стандард 2.МА.2.2.4.).</p> <p>Примери:</p> <p>1. На слици је приказан троугао <math>ABC</math> и вектор транслације <math>\vec{v}</math>. Транслирај овај троугао за вектор <math>\vec{v}</math>.</p>  <p>2. Кружницу са центром у тачки <math>C(1,1)</math> транслирај најпре за вектор <math>\vec{a}</math>, а затим добијену кружницу транслирај за вектор <math>\vec{b}</math> (вектори су приказани на слици).</p> 	<p>Када ученик уме да скицира графике елементарних функција и да их трансформише користећи транслације и дилатације дуж координатних оса (стандард 2.МА.2.3.3), биће у стању да ова знања примени за доношење финансијских закључака и одлука (стандард 2.МА.2.4.6). На тај начин ученик ће бити у стању да решава проблеме који се свде на график квадратне функције и коришћење његових особина, при нпр. решавању задатака из финансијске математике.</p> <p>Пример:</p> <p>1. Произвођач жели да на тржиште пласира нови производ, чијом би продајом остварио зараду <math>z</math> по цени од <math>x</math> динара по производу. Функција којом је описана ова зарада је:</p> $z(x) = -x^2 + 60x - 500$ <p>а) Колика је цена једног производа при максималној заради?</p> <p>б) Одреди интервале за које ће произвођач остварити зараду (интервали рентабилитета) и интервал у коме се налази зарада.</p> <p>в) Произвођач сматра да ће уколико производе продаје по што већој цени његов профит бити већи. Да ли је произвођач у праву?</p> <p>Образложи одговор.</p>

<p>Пример активности на часу на коме се тежи остварењу датог стандарда (Ово није обавезан модел припреме часа већ илустрација могуће организације активности. Сваки наставник има слободу да часове креира на начин који је у складу са врстом школе и одељењима којима предаје.)</p> <p><b>2.МА.2.3.3. Уме да скицира графике елементарних функција и да их трансформише користећи транслације и дилатације дуж координатних оса.</b></p>	
Школа	Гимназија
Разред	Други
Тема	Квадратна једначина и квадратна функција
Наставна јединица	График квадратне функције
Време реализације	Два школска часа
Претходно научено	Ученици су се на претходним часовима упознали са појмом квадратне функције и скицирањем графика облика $y = ax^2$ за $a \in R$
На овим часовима ученици	Препознају и користе график $y = x^2$ за цртање графика облика $y = x^2 + k$ и $y = (x+k)^2$ за дато $k$ , знају и да одреде вредност $k \in R$ за коју се основна функција транслирала и напишу одговарајућу квадратну функцију. Скицирају у свесци и конструишу користећи Геогебру или неки други математички софтвер, график функције облика $y = a(x - x_0)^2 + y_0$ , уоче да је $(x_0, y_0)$ теме параболе и да на основу графика саставе одговарајући запис квадратне функције.
Кључни појмови	Квадратна функција, параболоа, теме параболое
Очекивани исходи <sup>7</sup>	Трансформише рационалне алгебарске изразе, преслика дводимензионални геометријски објекат ротацијом, транслацијом, осном и централном симетријом, реши једноставнији проблем користећи елементарне функције, уз коришћење калкулатора по потреби, скицира и трансформише график степене, квадратне, експоненцијалне, логаритамске функције и основних тригонометријских функција, анализира графички представљене функције (одреди нуле, знак, интервале монотоности и екстремне вредности и тумачи их у реалном контексту), користи основна својства функција (област дефинисаности, периодичност, парност, монотоност...), испита ток и скицира график једноставније функције.
Стандарди уз наставну јединицу	2.МА.2.3.3. Уме да скицира графике елементарних функција и да их трансформише користећи транслације и дилатације дуж координатних оса. 2.МА.2.1.5. Трансформише алгебарске изразе. 2.МА.2.2.4. Примењује својства вектора при решавању проблема.

<sup>7</sup> У оквиру пројекта *Подришка развоју људској каријерала и истраживања – Олишће образовање и развој људској каријерала* (ИПА 2011), развијени су предметни исходи за сваки појединачни разред у општем средњем образовању и васпитању, али овде они нису били ослонац за дефинисање исхода теме јер су још увек у нацрту. Када се озваниче, наставник је у обавези да исходе теме дефинише у односу на предметне исходе за разред и стандарде постигнућа.

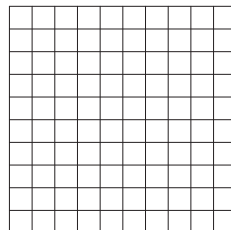
Компетенције које се развијају	Дигитална компетенција, компетенције за целоживотно учење, комуникација, рад с подацима и информацијама, решавање проблема, сарадња
Активности наставника	Дефинише циљ часа, креира задатке и наставне листове за групе, помаже и пружа подршку ученицима током рада, прави избор међупредметних и специфичних предметних компетенција, стандарда постигнућа и дефинише исходе, као и активности и садржаје путем којих ће остваривати исходе, постизати стандарде и развијати компетенције, припрема питања за ученике, ствара техничке услове за рад на рачунарима, подстиче ученике на разговор и дискусију, модерира рад ученика и усмерава дискусију у правцу који доприноси остваривању стандарда и исхода.
Активности ученика	Решавају задатке у групи, пару и индивидуално, анализирају резултате и изводе закључке, припремају презентацију резултата групе, презентују и учествују у разговору на нивоу одељења, учествују у раду у малим групама, дискутују и аргументовано бране свој став, одговарају на постављена питања, образлажу слагање/ неслагање са резултатима, прате излагање наставника и постављају питања, истражују о примени квадратних функција.
Ток часа	
<b>Први час</b>	<b>Други час</b>
<p>Активности ученика: Ученици подељени у групе решавају задатке са радних листова и припремају презентацију свог рада.</p> <p>Активности наставника: Обилази групе и усмерава њихов рад. Након 20 минута свака група приказује резултате прва два задатка и одговара на питања наставника или других група.</p> <p>Време презентовања је око 4 минута по групи (16 минута).</p> <p>Групе затим решавају преостала два задатка са радног листа, а решења тих задатака проверавају на следећем часу.</p> <p>Пример једног радног листа је у прилогу на следећој страни.</p>	<p>Активности ученика: Ученици користећи Геогебру или неки други математички софтвер најпре проверавају резултате задатака са претходног часа, а затим креирају аплете са клизачима за следеће функције  <math>y = x^2 + a</math>, <math>y = (x + a)^2</math>, <math>y = (x + a)^2 + b</math>, <math>y = ax^2 + bx + c</math>, <math>a, b, c \in R</math></p> <p>Након сваког примера дискутује се о понашању функције у зависности од параметра који се посматра. На крају часа ученици индивидуално попуњавају наставни лист којим наставник проверава да ли су постигнути циљеви часа. (Наставни лист је у прилогу.)</p> <p>Активности наставника: Наставник, једну по једну, испишује на табли горе поменуте функције. Након завршених конструкција, поставља питања на основу којих се развија дискусија о понашању сваке од функција.</p> <p>Након ових активности изводе се општи закључци о томе како се понаша основна функција у посматраним случајевима.</p>
<p><b>Домаћи задатак:</b>  Ученици подељени у три групе добијају истраживачки задатак да на интернету пронађу примере из физике (коси хитац), финансијске математике (функције профита, расхода и трошкова) и геометрије (екстремални проблеми) у којима се појављују графици квадратних функција. Сарадња међу ученицима током израде домаћег задатка може се одвијати онлајн. Рок за овај задатак је недељу дана.  Задатак за сваког ученика: посетити сајт <a href="http://www.teachmathematics.net/page/11419/angry-birds-2">http://www.teachmathematics.net/page/11419/angry-birds-2</a> и прећи бар два нивоа. Сlike екрана са пређеним нивоима послати наставнику електронском поштом. Сliku назвати нпр. ниво_вашеимеипрезиме. Рок за овај домаћи је до следећег часа.</p>	

НАСТАВНИ ЛИСТОВИ ЗА ПРВИ ЧАС

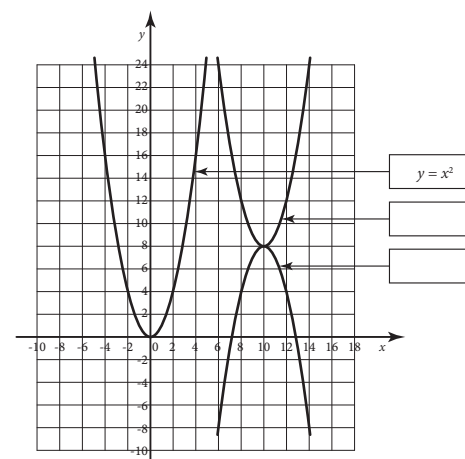
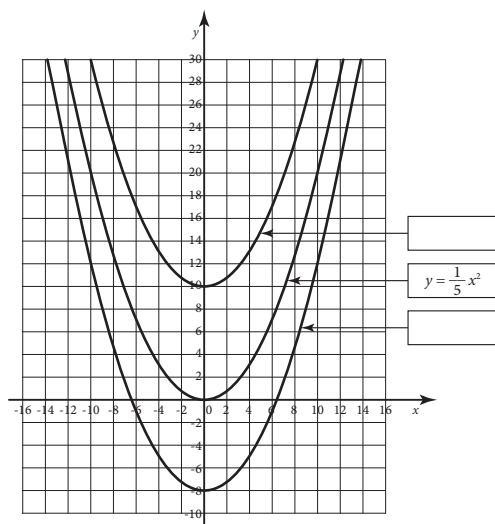
I ГРУПА	II ГРУПА	III ГРУПА	IV ГРУПА
<p>1. У истом координатном систему скицирај графике:  <math>y = x^2</math>   <math>y = x^2 + 2</math></p> <p>2. Уопшти резултат претходног задатка тако што ћеш на линији уписати одговарајући смер translације (горе, доле, лево, десно), а затим и координате темена дате параболe, при чему је <math>a &gt; 0</math>.</p> <p>График функције <math>y = x^2 + a</math> добија се translацијом графика <math>y = x^2</math> за ____ јединица _____. Координате темена ове параболe су ( ____, ____ ).</p>	<p>1. У истом координатном систему скицирај графике:  <math>y = x^2</math>   <math>y = x^2 - 2</math></p> <p>2. Уопшти резултат претходног задатка тако што ћеш на линији уписати одговарајући смер translације (горе, доле, лево, десно), а затим и координате темена дате параболe, при чему је <math>a &gt; 0</math>.</p> <p>График функције <math>y = x^2 - a</math> добија се translацијом графика <math>y = x^2</math> за ____ јединица _____. Координате темена ове параболe су ( ____, ____ ).</p>	<p>1. У истом координатном систему скицирај графике:  <math>y = x^2</math>   <math>y = (x + 2)^2</math></p> <p>2. Уопшти резултат претходног задатка тако што ћеш на линији уписати одговарајући смер translације (горе, доле, лево, десно), а затим и координате темена дате параболe, при чему је <math>a &gt; 0</math>.</p> <p>График функције <math>y = (x + a)^2</math> добија се translацијом графика <math>y = x^2</math> за ____ јединица _____. Координате темена ове параболe су ( ____, ____ ).</p>	<p>1. У истом координатном систему скицирај графике:  <math>y = x^2</math>   <math>y = (x - 2)^2</math></p> <p>2. Уопшти резултат претходног задатка тако што ћеш на линији уписати одговарајући смер translације (горе, доле, лево, десно), а затим и координате темена дате параболe, при чему је <math>a &gt; 0</math>.</p> <p>График функције <math>y = (x - a)^2</math> добија се translацијом графика <math>y = x^2</math> за ____ јединица _____. Координате темена ове параболe су ( ____, ____ ).</p>
<p>ЗАДАЦИ ЗА ГРУПЕ НАКОН ПРЕЗЕНТАЦИЈЕ РАДОВА</p>			
<p>3. Скицирај графике функција и одреди координате темена параболa:</p> <p>а) <math>y = (x - 4)^2</math>  б) <math>y = (x + 4)^2</math>  в) <math>y = -x^2 + 4</math>  г) <math>y = -x^2 - 4</math></p>		<p>4. Квадратни трином сведи на облик <math>y = a(x - x_0)^2 + y_0</math> и скицирај графике функција.</p> <p>а) <math>y = x^2 + 6x + 9</math>  б) <math>y = -x^2 + 6x - 4</math>  в) <math>y = x^2 - 6x + 9</math>  г) <math>y = -x^2 - 6x + 4</math></p>	

НАСТАВНИ ЛИСТ КОЈИМ НАСТАВНИК ПРОВЕРАВА ДА ЛИ СУ ПОСТИГНУТИ ЦИЉЕВИ ЧАСА

1. Скицирај графике функција у истом координатном систему  $y_1 = (x + 4)^2$ ,  $y_2 = (x + 4)^2 - 5$



2. У сваки празан правоугаоник поред графика упиши његову једначину.



У оквиру једне области стандарде можемо и детаљније описати параметрима којима се може процењивати њихова оствареност. Развијање ових параметара је од користи наставнику, посебно при избору задатака. Дајемо пример из области Алгебра:

**2.МА.1.1.1. Користи природне, целе, рационалне и реалне бројеве, различите записе њих бројева и преводи их из једног записа у други.**

Неки од кључних параметара остварености овог стандарда јесу да ученик: разуме и користи декадни систем за записивање различитих врста бројева (природних, целих, рационалних и реалних), доводи у везу декадни систем записивања бројева са поступцима бројања и мерења, разликује периодичан и непериодичан бесконачни запис, а тиме и рационалне и ирационалне бројеве и разуме потребу за посебним означавањем ирационалних бројева  $\sqrt{2}$ ,  $-\sqrt{3}$ ,  $\pi$ ,  $e$ , ... зна да прикаже периодичан децимални запис у облику разломка и обрнуто, разликује праве и неправе разломке – прави разломак зна да претвори у мешовити број и обрнуто и ове поступке повезује са релацијом дељивости природних, односно целих бројева, рационалне бројеве представља у виду децималног, процентног и промилног записа и обрнуто, уме да прикаже бројеве на бројевној правој, уме да упореди два броја, поредак бројева доводи у везу са распоредом тачака на бројној правој, на основу записа броја може да одреди најужу врсту бројева којој тај број припада узимајући у обзир хијерархију  $N \subset Z \subset Q \subset R$ .

**2.МА.1.1.2. Израчунава вредности бројевног израза у коме се појављују сабирање, одузимање, множење, дељење, степеновање и кореновање и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер.**

Неки од кључних параметара остварености овог стандарда јесу да ученик: зна поступке израчунавања збира, разлике, производа и количника два рационална броја (записана у облику разломка или у децималном запису), уме да растави природан број на просте чиниоце, уме да одреди највећи заједнички делилац и најмањи заједнички садржалац два природна броја, познаје основне особине (комутативност, асоцијативност, дистрибутивност) основних операција у скупу реалних бројева и уме да их примени у једноставним ситуацијама, бројеве 0 и 1 препознаје као неутралне елементе за сабирање, односно множење, појмове супротан број и реципрочна вредност повезује са чињеницом да сваки реалан број има инверз у односу на сабирање, односно да сваки реалан број различит од нуле има инверз у односу на множење, разуме и користи појам апсолутне вредности реалног броја, познаје основне особине степеновања целим бројем и кореновања и примењује их у једноставним ситуацијама, уз помоћ калкулатора уме да (приближно) одреди вредност једноставнијег бројевног израза у коме се појављују основне операције, степеновање и кореновање, као и вредност израза за задату вредност променљивих, разуме и користи записе облика  $a \cdot 10^n$ ,  $1 \leq a < 10$ ,  $n \in Z$ .

**2.МА.1.1.3. Примењује правила заокруљивања бројева и процењује вредности израза у једноставним реалним ситуацијама.**

Неки од кључних параметара остварености овог стандарда јесу да ученик: зна правила заокруљивања бројева и уме да одреди приближну вредност броја на задати број децимала, на основу неједнакости  $a \leq x \leq b$  и  $c \leq y \leq d$  зна да одреди најбољу процену за  $x + y$ ,  $x - y$ ,  $x \cdot y$ ,  $x : y$ , процењује вредност једноставног бројевног израза.

**2.МА.1.1.4. Трансформише једноставне алгебарске изразе.**

Неки од кључних параметара остварености овог стандарда јесу да ученик: уме да сабере, одузме и помножи два цела алгебарска израза и објасни које алгебарске законе користи (комутативност, асоцијативност, дистрибутивност, разлика квадрата и квадрат бинома), уме да растави једноставнији цео алгебарски израз на чиниоце, специјално, квадратни трином облика  $ax^2 + bx + c$  уме да растави на линеарне чиниоце са реалним коефицијентима, ако је то могуће.



**2.МА.1.1.5. Решава једноставне проблеме који се свode на линеарне и квадранне једначине.**

Неки од кључних параметара остварености овог стандарда јесу да ученик: уме да решава једначине у скупу реалних бројева које се једноставним трансформацијама свode на једначине облика  $A(x) = B(x)$  или  $A(x) \cdot B(x)$  или  $\frac{A(x)}{B(x)} = 0$ , где су  $A(x)$  и  $B(x)$  цели алгебарски изрази највише степена 2, уме да процени решења наведених једначина на основу графика  $y = A(x)$  и  $y = B(x)$ , решава проблеме постављајући и решавајући одговарајуће једначине, добијени резултат тумачи у контексту постављеног проблема.

**2.МА.1.1.6. Решава једноставне проблеме који се свode на линеарне неједначине и једноставне квадранне неједначине.**

Неки од кључних параметара остварености овог стандарда јесу да ученик: уме да решава неједначине у скупу реалних бројева које се једноставним трансформацијама свode на неједначине облика  $A(x) \rho B(x)$ , где је  $\rho$  нека од релација  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$ ,  $\geq$ , где су  $A(x)$  и  $B(x)$  цели алгебарски изрази највише степена 2, уме графички да прикаже добијено решење и процени решења наведених неједначина на основу графика  $y = A(x)$  и  $y = B(x)$ , решава текстуалне проблеме постављајући и решавајући одговарајуће неједначине, добијени резултат тумачи у контексту постављеног проблема.

**2.МА.1.1.7. Решава једноставне проблеме који се свode на систем две линеарне једначине са две неизнате.**

Неки од кључних параметара остварености овог стандарда јесу да ученик: уме да реши систем две линеарне једначине са две непознате, графички прикаже тај систем и (приближно) одреди решење, решава текстуалне проблеме постављајући и решавајући одговарајуће системе једначина, добијени резултат тумачи у контексту постављеног проблема.

**2.МА.1.1.8. Зна и разуме основне логичке и скуйовне операције и користи их.**

Неки од кључних параметара остварености овог стандарда јесу да ученик: познаје и користи основне логичке операције (негација, конјункција, дисјункција, импликација и еквиваленција), повезује појам таутологије са законима закључивања у једноставним случајевима (као што су закон искључења трећег, транзитивност, импликација, modus ponens, modus tollens...).

**2.МА.2.1.1. Преводи бројеве из једној бројној систему у други.**

Неки од кључних параметара остварености овог стандарда јесу да ученик: разуме и користи позиционе системе записивања природних бројева за било коју изабрану базу система, декадни запис природног броја уме да претвори у запис у систему са другом базом и обрнуто.

**2.МА.2.1.2. Разуме појам комплексној броја, представља га у равни и зна основне операције са комплексним бројевима.**

Неки од кључних параметара остварености овог стандарда јесу да ученик: зна да сабира, одузима, множи и дели комплексне бројеве, познаје основне особине поменутих операција, зна да одреди модуо комплексног броја и конјугован број комплексног броја, комплексне бројеве облика  $a+bi$  уме да представи у координатном систему. Зна да прикаже у комплексној равни скупове комплексних бројева, таквих да је  $|z| \rho a$ ,  $\text{Im}(z) \rho a$  и  $\text{Re}(z) \rho a$ , где је  $\rho$  нека од релација  $=$ ,  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$ ,  $\geq$ , и  $a$  неки реалан број, зна да одреди пресеке, уније и разлике оваквих скупова.

**2.МА.2.1.3. Израчунава вредност израза у коме се појављују и елементарне функције и при томе по потреби користи калкулајтор или одговарајући софтвер.**

Неки од кључних параметара остварености овог стандарда јесу да ученик: разликује изразе према врсти операција и функција које се у њему појављују (целе алгебарске изразе, рационалне алгебарске изразе, ирационалне изразе, експоненцијалне, логаритамске и тригонометријске

изразе) и израчунава вредности једноставнијих израза (за задате вредности променљивих, ако их у изразу има) примењујући при томе основне особине одговарајућих операција, односно функција ради поједностављивања рачуна, приликом записивања међукорака у поступку израчунавања правилно користи знаке  $=$  и  $\approx$ , зна на које аргументе има смисла примењивати поједине елементарне функције (зна да се нулом не дели, да се не може рачунати парни корен негативног броја, да се може рачунати само логаритам позитивног броја), под једноставнијим изразима подразумевамо оне у којима се поред основних рачунских операција појављује само још једна врста елементарних функција.

#### **2.МА.2.1.4. Рачуна са приближним бројевима и процењује грешку.**

Неки од кључних параметара остварености овог стандарда јесу да ученик: разуме појам апроксимације, појмове апсолутне и релативне грешке, као и појам границе апсолутне грешке, уме да изводи основне операције са приближним вредностима и процењује грешке.

#### **2.МА.2.1.5. Трансформише алгебарске изразе.**

Неки од кључних параметара остварености овог стандарда јесу да ученик: уме да подели два полинома са једном променљивом и одреди количник и остатак, применом основних алгебарских закона и њихових последица (разлика квадрата, квадрат бинома, збир и разлику кубова, квадрат и куб бинома) може да трансформише (поједностављује) целе алгебарске изразе, раставља их на чиниоце, доказује једнакости два израза, уме да одреди највећи заједнички делилац и најмањи заједнички садржалац два полинома растављањем полинома на чиниоце, уме да упрости сложен рационалан алгебарски израз и докаже једнакост два рационална алгебарска израза уз експлицитно навођење одговарајућих услова дефинисаности.

#### **2.МА.2.1.6. Решава проблеме који се свode на једначине у којима се појављују елементарне функције.**

Неки од кључних параметара остварености овог стандарда јесу да ученик: уме да решава (ирационалне, експоненцијалне, логаритамске, тригонометријске) једначине користећи основне особине функција које се појављују у једначини и користећи метод смене, уме да процени решења наведених једначина на основу графика одговарајућих функција и решење тумачи у контексту проблема.

#### **2.МА.2.1.7. Решава квадратне и једноставне рационалне неједначине.**

Неки од кључних параметара остварености овог стандарда су да ученик: уме да решава неједначине у скупу реалних бројева које се једноставним трансформацијама свode на неједначине облика  $\frac{A(x)}{B(x)} \rho 0$ , где је  $\rho$  нека од релација  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$ ,  $\geq$ , а  $A(x)$  и  $B(x)$  цели алгебарски изрази (са једном променљивом) највише степена 2, уме графички да прикаже добијено решење, да процени решења наведених једначина на основу графика  $y = A(x)$  и  $y = B(x)$ , да реши ирационалне неједначине облика  $\sqrt{A(x)} \leq B(x)$ ,  $B(x) \leq \sqrt{A(x)}$ ,  $\sqrt{A(x)} > B(x)$ ,  $B(x) < \sqrt{A(x)}$ , где су  $A(x)$  и  $B(x)$  цели алгебарски изрази (са једном променљивом) највише степена 2, уме да графички прикаже добијено решење.

#### **2.МА.2.1.8. Решава проблеме који се свode на системе линеарних једначина са највише три неизнaше.**

Неки од кључних параметара остварености овог стандарда јесу да ученик: уме да решава системе линеарних једначина са највише три непознате применом Гаусове методе, решава текстуалне проблеме постављајући и решавајући одговарајуће системе једначина, добијени резултат тумачи у контексту постављеног проблема.



**2.МА.2.1.9. Зна и користи логичке и скуповне операције, исказни рачун и појам релације (уоседно поредак и еквиваленције).**

Неки од кључних параметара остварености овог стандарда јесу да ученик: зна и користи основне таутологије (транзитивност импликације, транзитивност еквиваленције, Де Морганове законе, контрапозицију, свођење на противречност), зна да одреди Декартов производ скупова, зна и користи основне особине бинарних релација (рефлексивност, симетричност, антисиметричност, транзитивност, линеарност), зна важне примере релација поретка на скуповима бројева и њихове особине (уређење, дељивост), познаје важне примере релација еквиваленције (конгруенције по модулу на скупу целих бројева, подударност и сличност фигура), зна и користи појам класе еквиваленције.

**2.МА.3.1.1. Комплексне бројеве представља у тригонометријском и експоненцијалном облику и рачуна вредности израза са комплексним бројевима.**

Неки од кључних параметара остварености овог стандарда јесу да ученик: зна геометријски да интерпретира збир два комплексна броја, супротан и коњугован број комплексном броју, производ реалног и комплексног броја, комплексан број задат у облику  $a+bi$  зна да преведе у тригонометријски облик и обрнуто, уме геометријски да интерпретира тригонометријски облик комплексног броја, зна и користи Моаврову формулу; зна да одреди  $n$ -те корене комплексног броја.

**2.МА.3.1.2. Израчунава вредности израза користећи својства операција и функција.**

Неки од кључних параметара остварености овог стандарда јесу да ученик: успешно трансформише и поједностављује изразе у којима се појављују елементарне функције ради израчунавања њихове вредности.

**2.МА.3.1.3. Трансформише алгебарске изразе, доказује једнакости и неједнакости.**

Неки од кључних параметара остварености овог стандарда јесу да ученик: уме да трансформише изразе са апсолутним вредностима, користи Безуову теорему приликом растављања полинома на чиниоце, уме да испита да ли постоје рационалне нуле полинома са целобројним коефицијентима и уме да их одреди у потврдном случају, полиноме са реалним коефицијентима раставља у пољу комплексних бројева, алгебарске законе сагледава не само у контексту структура бројева већ и у ширем контексту општих алгебарских структура са највише две бинарне операције, познаје појмове групоид, група, прстен и поље, у једноставнијим случајевима уме да испита и докаже да ли је нека алгебарска структура група, прстен или поље, доказује неједнакости, познаје неједнакости међу срединама два броја (геометријска, аритметичка, хармонијска и квадратна) и уме да их примени.

**2.МА.3.1.4. Решава једначине са параметрима.**

Неки од кључних параметара остварености овог стандарда јесу да ученик: зна да решава поједине класе алгебарских једначина (симетричне, кососиметричне...), у скупу комплексних бројева решава алгебарске једначине растављањем полинома на чиниоце, користи Вијетове формуле, дискутује природу решења и знак реалних решења алгебарских једначина, уме да решава једначине са параметрима у којима се поред основних операција може појављивати и апсолутна вредност, по потреби користи графике одговарајућих функција.

**2.МА.3.1.5. Решава неједначине користећи основна својства елементарних функција.**

Неки од кључних параметара остварености овог стандарда јесу да ученик: уме да решава ирационалне, експоненцијалне, логаритамске и тригонометријске неједначине у којима се појављује и апсолутна вредност коришћењем основних особина функција које се појављују у неједначини, пре свега особина које се односе на знак и монотоност одговарајућих функција.

**2.МА.3.1.6. Решава сисџеме линеарних једначина са и без параметра и једносџавне сисџеме нелинеарних једначина.**

Неки од кључних параметара остварености овог стандарда јесу да ученик: уме да решава системе линеарних једначина са параметрима применом Гаусове методе при чему током решавања користи матрице. Приликом решавања квадратних система користи Крамерова правила, уме да решава системе нелинеарних једначина елиминацијом променљивих, специјално, уме да реши систем квадратних једначина који се своче на неки од система облика:

$$\begin{cases} Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \\ ax + by + c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1x^2 + b_1y^2 = c_1 \\ a_2x^2 + b_2y^2 = c_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \\ Ax^2 + Bxy + Cy^2 = 0 \end{cases}$$

## 2.4. Материјали за учење

У процесу наставе, један од изазова је како организовати наставу која ће подстицати пажњу ученика, мотивисати их и припремити за живот у свету који се стално мења и напредује. Евидентно је да за такав циљ нису довољни само уџбеник и збирка. Пожељно је охрабривати и упућивати ученике на различите изворе који им могу помоћи у процесу учења. Ово се може постићи кроз редовну наставу, на пример кроз разне пројектне домаће задатке, вршњачку едукацију, истраживачке радове. Постоји велики број бесплатних и квалитетних интернет ресурса (писаних, интерактивних, динамичких софтвера, разних апликација, калкулатора и сл.) на које наставници могу ученицима скренути пажњу и користити их у настави. Коришћењем оваквих материјала за учење ученици постепено стичу вештину критичког односа према различитим изворима информација, издвајања битног од небитног као и упознавања различитих начина учења. Такође, ученици средњих школа се могу укључивати у манифестације и активности организоване у циљу промовисања науке као учесници, посетиоци или волонтери. Дајемо предлог материјала који може бити подршка наставницима за мотивисање ученика да са већим ентузијазмом приступе проучавању математике и сагледају математику као науку из другог угла. Списак књига, филмова, документарца и извора је илустративан, немогуће је набројати све могуће материјале који могу бити од користи у настави, а наставници у зависности од одељења и своје личне процене додатне материјале бирају или креирају сами.

### Књиге и часописи:

- *Пайатајева теорема* – Дени Геђ, Геопетика, 2000.
- *Еуклидов прозор* – Леонард Милодинов, Лагуна, 2005.
- *Последња Фермаова теорема* – Сајмон Синг, ДН Центар
- *Формула живота* – Иван Анић, Владислав Радак, Драгица Павловић-Бабић, Математископ, 2011.
- *Смем ли да бројим?* – Гинтер Циглер, Завод за уџбенике, 2012.
- *Жива теорема* – Седрик Вилани, Центар за промоцију науке, 2013.
- Преглед историје и филозофије математике – Милан Божић, Завод за уџбенике, 2010, 2. издање
- *Човек који је бројао* – Малба Тахан, Лагуна 2010.
- *Сираси за математиком* – Клифорд Пиковер, ННК Интернационал, 2009.
- *Овај задивљујући симетрични свети* – Лев Васиљевич Тарасов, ИЦНТ, Београд, 2008.
- Издања Друштва математичара Србије (списак је дат на страници <http://www.dms.rs/DMS/html/publikacije.html>)
- *Танјенија*, часопис за математику и рачунарство за ученике средњих школа, Друштво математичара Србије
- *Насијава математике*, часопис намењен наставницима и професорима основних и средњих школа, као и виших школа и универзитета, Друштво математичара Србије
- *The teaching of mathematics*, истраживачки часопис у области наставе математике и рачунарства, Друштво математичара Србије

### Филмови:

- *Игра кодова* / *The imitation game* (2014) – Morten Tyldum
- *Блистави ум* / *A Beautiful Mind* (2001) – Ron Howard
- *Пи* / *Pi* (1998) – Darren Aronofsky
- *Доказ* / *Proof* (2005) – John Madden
- *21* (2008) – Robert Luketic
- *Агора* / *Agora* (2009) – Alejandro Amenábar
- *N Is a Number: A Portrait of Paul Erdős* (1993) – George Paul Csicsery
- *Добри Вил Хантинг* / *Good Will Hunting* (1997) – Gus Van Sant
- <http://topdocumentaryfilms.com/genius-of-pythagoras/>
- <http://topdocumentaryfilms.com/to-infinity-and-beyond/>
- <http://topdocumentaryfilms.com/story-of-one/>

### Интернет извори:

- <http://mathworld.wolfram.com>
- <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012-2006-rel-items-maths-ENG.pdf>
- <http://www.geogebra.org>
- <http://www.geogebra.matf.bg.ac.rs/>
- <http://www.ezbirka.math.rs/>
- <http://world.mathigon.org>
- Овај списак се свакодневно допуњује новим изворима...

## 3. ЛИТЕРАТУРА

1. Балтић, В., Ђукић Д., Кртинић Ђ. и Матић И. (2008). Материјали за младе математичаре, свеска 49, припремни задаци за математичка такмичења средњошколаца у Србији, збирка задатака. Београд: Друштво математичара Србије.
2. Богославов, В. (2008). Збирка решених задатака из математике 3. Београд: Завод за уџбенике.
3. Богославов, В. (2008). *Збирка решених задатака из математике 1*, Београд: Завод за уџбенике.
4. Богославов, В. (2008). *Збирка решених задатака из математике 2*. Београд: Завод за уџбенике.
5. Богославов, В. (2008). *Збирка решених задатака из математике 4*. Београд: Завод за уџбенике.
6. Војводић, Г. (1989). *Математика за професионалне стручне школе*. Београд: Завод за уџбенике.
7. Војводић, Г., Паунић, Ђ. и Тошић, Р. (1989). *Математика за гимназију друштвено-језичког смера и стручне школе: медицинску, шумарску, дизајнерску, трговинску, ујосијелску и правну*. Београд: Завод за уџбенике.
8. Георгијевић, Д. и Обрадовић, М. (1989). *Математика за четворогодишње стручне школе: машинску, електротехничку, саобраћајну, грађевинску, рударску, двојрађивачку и хемијску*. Београд: Завод за уџбенике.
9. Деспотовић, Р. (1991). *Збирка задатака из математике за стручне школе са два и три часа наставе недељно*. Београд: Завод за уџбенике.
10. Деспотовић, Р., Тошић, Р. и Шешеља, Б. (1987). *Математика за стручне школе са три часа наставе недељно*. Београд: Завод за уџбенике.
11. Дугошија, Ђ. и Ивановић, Ж. (2008). *Тригонометрија – уџбеник са збирком задатака за 2. разред математичке гимназије*. Београд: Круг.
12. Золић, А., Каделбург, З. и Огњановић, С. (2008). *Анализа са алгебром 1 – уџбеник са збирком задатака за 1. разред математичке гимназије*. Београд: Круг.
13. Ивановић, Ж. и Огњановић, С. (2010). *Математика 1 – збирка задатака и шестова за први разред гимназија и техничких школа*. Београд: Круг.
14. Ивановић, Ж. и Огњановић, С. (2010). *Математика 2 – збирка задатака и шестова за други разред гимназија и техничких школа*. Београд: Круг.
15. Ивановић, Ж. и Огњановић, С. (2010). *Математика 4 – збирка задатака и шестова за четврти разред гимназија и техничких школа*. Београд: Круг.
16. Ивановић, Ж. и Огњановић, С. (2010). *Математика 3 – збирка задатака и шестова за трећи разред гимназија и техничких школа*. Београд: Круг.
17. Икодинович, Н. (2013). *Математика – уџбеник са збирком задатака за 1. разред гимназије и средњих стручних школа*. Београд: Klett.
18. Јојић, Д. (2011). *Елементарне енумеративне комбинаторике*. Београд: Наша књига.
19. Каделбург, З. и Мићић, В. (2008). *Анализа са алгебром 4 – уџбеник са збирком задатака за 4. разред математичке гимназије*. Београд: Круг.
20. Каделбург, З., Мићић, В. и Огњановић, С. (2008). *Анализа са алгебром 2 – уџбеник са збирком задатака за 2. разред математичке гимназије*. Београд: Круг.
21. Каделбург, З., Мићић, В. и Огњановић, С. (2008). *Анализа са алгебром 3 – уџбеник са збирком задатака за 3. разред математичке гимназије*. Београд: Круг.
22. Кечкић, Ј. (1988). *Математика за оштру гимназију и гимназију природно-математичког смера*. Београд: Завод за уџбенике.
23. Кечкић, Ј. (2010). *Математика са збирком задатака за 1. први разред гимназије*. Београд: Српска школа.



24. Кечкић, Ј. (2010). *Математика са збирком задатака за 4. разред гимназије*. Београд: Српска школа.
25. Кечкић, Ј. *Математика са збирком задатака за 2. разред гимназије* (2010). Београд: Српска школа.
26. Кечкић, Ј., Стојковић, О. и Кечкић, С. (1991). *Математика за петгодишње школе: њољопривредну, шумарску, трговинску, ујосијиљелску и тјекстиљну*. Београд: Завод за уџбенике.
27. Малишић, Ј. (2008). *Веровајноћа и математичка статистика – уџбеник за 4. разред математичке гимназије*. Београд: Круг.
28. Матељевић, М., Росић, А. и Светлик, М. (2011). *A problem from the Pisa assessment relevant to calculus*. The teaching of mathematics Vol. XIII, 1, pp. 15–29.
29. Миличић, П. (1991). *Математика за гимназије и стручне школе са четири часа наставе недељно*. Београд: Завод за уџбенике.
30. Милошевић, В. (1989). *Математика за четворогодишње школе: геолошку, текстиљну, кожарску, графичку, прехрамбену и економску и за техничара за њезажну архитектуру*. Београд: Завод за уџбенике.
31. Митровић, М., Вељковић, М., Огњановић, С., Петковић, Љ. и Лазаревић, Н. (2008). *Геометрија – уџбеник са збирком задатака за 1. разред математичке гимназије*. Београд: Круг.
32. Мићић, В., Огњановић, С. и Ивановић, Ж. (1991). *Збирка задатака из математике*. Београд: Круг.
33. Мићић, В., Огњановић, С. и Ивановић, Ж. (1991). *Математика за гимназију природно-математичкој смера*. Београд: Завод за уџбенике.
34. Обрадовић, М. и Георгијевић, Д. (1990). *Математика са збирком задатака за гимназије и стручне школе са 4 часа наставе недељно*. Београд: Завод за уџбенике.
35. Пап, Е., Лозанов Црвенковић, З. (1990). *Математика са збирком задатака за гимназију друштвено-језичкој смера и стручне школе са 2 часа недељно*. Београд: Завод за уџбенике.
36. Пап, Е., Тошић, Р. и Лозанов Црвенковић, З. (1990). *Математика са збирком задатака за стручне школе са 3 часа недељно (осим економске школе)*. Београд: Завод за уџбенике.
37. Радуновић, Д. (2011). *Нумеричка математика – уџбеник са збирком задатака за 4. разред математичке гимназије*. Београд: Круг.
38. Стојановић, В., Сотировић, В. и Липовац, Д. (1991). *Збирка задатака из математике за гимназије и стручне школе*. Београд: Завод за уџбенике.
39. Шешеља, Б. (1991). *Математика за ошћу гимназију и гимназију друштвеној смера и четворогодишње стручне школе са четири часа недељно*. Београд: Завод за уџбенике.
40. Шешеља, Б. (1991). *Математика за четворогодишње школе са три часа недељно и петгодишње школе: прехрамбену, економску, саобраћајну, геолошку, грађевинску, машинску, хемијску и дрвопрерађивачку*. Београд: Завод за уџбенике.
41. Проф. др Д. Аздејковић, скрипта Теорија одлучивања са предавања на Економском факултету у Београду, 2014.
42. <http://www.pisaserbia.org/images/stories/pdf/primeri%20zadataka%20sa%20nivoima.pdf>
43. <http://www.pisaserbia.org/images/stories/pdf/Matematcka%20pismenost.pdf>
44. [http://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items\\_math.pdf](http://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items_math.pdf)
45. OECD (2009) PISA 2009 Assesment Framework: Key Competencies in Reading, Mathematics and Science, Paris: OECD <http://stats.oecd.org/glossary/detail.asp?ID=5388> (OECD, 2009, p.14)
46. [http://www.zuov.gov.rs/novisajt2012/naslovna\\_nastavni\\_planovi\\_programi.html](http://www.zuov.gov.rs/novisajt2012/naslovna_nastavni_planovi_programi.html)
47. [http://www.srbija.gov.rs/vesti/dokumenti\\_sekcija.php?id=45678](http://www.srbija.gov.rs/vesti/dokumenti_sekcija.php?id=45678)
48. <http://faculty.gvsu.edu/boelkinm/Home/Download.html>

## 4. Прилог 1

### Општа предметна компетенција

Учењем математике ученик је оспособљен да мисли математички, овладао је математичким знањима и концептима и критички анализира мисаоне процесе, унапређује их и разуме како они доводе до решења проблема. Развио је истраживачки дух, способност критичког, формалног и апстрактног мишљења, као и дедуктивно и индуктивно мишљење и размишљање по аналогiji. Развио је способност математичке комуникације и позитивне ставове према математици и науци уопште. Ученик примењује математичка знања и вештине за решавање проблема из природних и друштвених наука и свакодневног живота, као и у професионалној сфери. Оспособљен је да стечена знања и вештине користи у даљем школовању.

### Основни ниво

Ученик решава једноставне математичке проблеме и описује основне природне и друштвене појаве. На основу непосредних информација ученик уочава очигледне законитости, доноси закључке и директно примењује одговарајуће математичке методе за решавање проблема. Израчунава и процењује метричке карактеристике објеката у окружењу. Процењује могућности и ризике у једноставним свакодневним ситуацијама. Ученик користи основне математичке записе и симболе за саопштавање решења проблема и тумачи их у реалном контексту.

### Средњи ниво

Ученик решава сложеније математичке проблеме и описује природне и друштвене појаве. Оспособљен је да формулише питања и претпоставке на основу доступних информација, решава проблеме и бира одговарајуће математичке методе. Користи информације из различитих извора, бира критеријуме за селекцију података и преводи их из једног облика у други. Анализира податке, дискутује и тумачи добијене резултате и користи их у процесу доношења одлука. Ученик просторно резонује (представља податке о просторном распореду објеката сликом или на менталном плану).

### Напредни ниво

Ученик решава сложене математичке проблеме и описује комплексне природне и друштвене појаве. Разуме математички језик и користи га за јасно и прецизно аргументовање својих ставова. Комплексне проблеме из свакодневног живота преводи на математички језик и решава их. Користи индукцију, аналогiju, дедукцију и правила математичке логике у решавању математичких проблема и извођењу закључака. Користи методе и технике решавања проблема, учења и откривања која су базирана на знању и искуству за постављање хипотеза и извођење закључака.

## Специфична предметна компетенција: МАТЕМАТИКА

Специфична предметна компетенција разврстана је у три домена: Математичко знање и резонување, Примена математичких знања и вештина на решавање проблема и Математичка комуникација.

### Основни ниво

#### Домен 1. Математичко знање и резонување

Уочава правилности у низу података и догађаја. Уочава и тумачи међусобне односе (повезаност, зависност, узрочност) података, појава и догађаја. Разуме основне статистичке појмове и препознаје их у свакодневном животу.

#### Домен 2. Примена математичких знања и вештина на решавање проблема

Примењује једноставне математичке процедуре када су сви подаци непосредно дати. Израчунава и процењује растојања, обиме, површине и запремине објеката у равни и простору. Израчунава вероватноћу одигравања догађаја у једноставним ситуацијама. Доноси финансијске одлуке на основу израчунавања прихода, расхода и добити.

#### Домен 3. Математичка комуникација

Комуницира математичким језиком који се састоји од појмова, ознака, фигура и графичких репрезентација и разуме захтеве једноставнијих математичких задатака. Саопштава решења проблема користећи математички језик на разне начине (у усменом, писаном или другом облику) и разуме изјаве изражене на исти начин. Тумачи изјаве саопштене математичким језиком у реалном контексту.

### Средњи ниво

#### Домен 1. Математичко знање и резонување

Формулише математичка питања и претпоставке на основу доступних информација. Бира критеријуме за селекцију и трансформацију података у односу на модел који се примењује. Бира математичке концепте за описивање природних и друштвених појава. Представља сликом геометријске објекте, упоређује карактеристике и уочава њихове међусобне односе.

#### Домен 2. Примена математичких знања и вештина на решавање проблема

Уме да примени математичка знања у анализи природних и друштвених појава. Бира оптималне опције у животним и професионалним ситуацијама користећи алгебарске, геометријске и аналитичке методе. Уме да примени математичка знања у финансијским проблемима. Анализира податке користећи статистичке методе.

#### Домен 3. Математичка комуникација

Разуме захтеве сложенијих математичких задатака. Бира информације из различитих извора и одговарајуће математичке појмове и симболе како би саопштио своје ставове. Дискутује о резултатима добијеним применом математичких модела. Преводи математичке формулације на свакодневни језик и обратно.

### Напредни ниво

#### Домен 1. Математичко знање и резонување

Користи индукцију, аналогију и дедукцију у доказивању математичких тврђења и у анализирању математичких проблема. Користи законе математичке логике и одговарајуће математичке теорије за доказивање и вредновање ставова и тврдњи формулисаних математичким језиком. На основу података добијених личним истраживањем или на други начин формулише питања и хипотезе.

**Домен 2. Примена математичких знања и вештина на решавање проблема**

Уме да примени математичка знања у анализи комплексних природних и друштвених појава. Бира и развија оптималне стратегије за решавање проблема.

**Домен 3. Математичка комуникација**

Користи математички језик при изношењу и аргументацији својих ставова и разуме захтеве сложених математичких проблема. Може да дискутује о озбиљним математичким проблемима.

Општи стандарди постигнућа – образовни стандарди за крај општег средњег образовања за предмет математика садрже стандарде постигнућа за области: *Алгебра, Геометрија, Низови, функције, изводи и интеграл и Комбинајорика, вероватноћа, статистика и финансијска математика*. У оквиру сваке области описани су захтеви на три нивоа.

Следећи искази описују шта ученик зна и уме на **основном нивоу** у свакој области.

**1. Област АЛГЕБРА**

- 2.МА.1.1.1. Користи природне, целе, рационале и реалне бројеве, различите записе тих бројева и преводи их из једног записа у други.
- 2.МА.1.1.2. Израчунава вредност бројевног израза у коме се појављују сабирање, одузимање, множење, дељење, степеновање и кореновање и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер.
- 2.МА.1.1.3. Примењује правила заокругливања бројева и процењује вредност израза у једноставним реалним ситуацијама.
- 2.МА.1.1.4. Трансформише једноставне алгебарске изразе.
- 2.МА.1.1.5. Решава једноставне проблеме који се свode на линеарне и квадратне једначине.
- 2.МА.1.1.6. Решава једноставне проблеме који се свode на линеарне неједначине и једноставне квадратне неједначине.
- 2.МА.1.1.7. Решава једноставне проблеме који се свode на систем две линеарне једначине са две непознате.
- 2.МА.1.1.8. Зна и разуме основне логичке и скуповне операције и користи их.

**2. Област ГЕОМЕТРИЈА**

- 2.МА.1.2.1. Разуме концепте подударности и сличности геометријских објеката, симетрије, translације и ротације у равни.
- 2.МА.1.2.2. Израчунава и процењује растојања, обиме и површине геометријских фигура у равни користећи формуле.
- 2.МА.1.2.3. Израчунава и процењује површине и запремине геометријских тела у простору, користећи формуле.
- 2.МА.1.2.4. Користи координатни систем за представљање једноставних геометријских објеката у равни.
- 2.МА.1.2.5. Препознаје криве другог реда.
- 2.МА.1.2.6. Разуме појам вектора, зна основне операције са векторима и примењује их.
- 2.МА.1.2.7. Примењује тригонометрију правоуглог троугла у једноставним реалним ситуацијама.
- 2.МА.1.2.8. Уме да реализује и примени једноставне геометријске конструкције.



### 3. Област НИЗОВИ, ФУНКЦИЈЕ, ИЗВОДИ И ИНТЕГРАЛИ

- 2.МА.1.3.1. Препознаје правилност у низу података (аритметички и геометријски низ...), израчунава чланове који недостају, као и суму коначног броја чланова низа.
- 2.МА.1.3.2. Разуме појам, израчунава вредност, користи и скицира график линеарне, квадратне, степене, експоненцијалне, логаритамске и тригонометријских функција синуса и косинуса.
- 2.МА.1.3.3. Анализира графички представљене функције (одређује нуле, знак, интервале монотоности, екстремне вредности и тумачи их у реалном контексту).
- 2.МА.1.3.4. У функцијама које су представљене графички или табеларно, анализира, примењује и приближно израчунава брзину промене помоћу прираштаја.\*

### 4. Област КОМБИНАТОРИКА, ВЕРОВАТНОЋА, СТАТИСТИКА И ФИНАНСИЈСКА МАТЕМАТИКА

- 2.МА.1.4.1. Пребројава могућности (различитих избора или начина) у једноставним реалним ситуацијама.
- 2.МА.1.4.2. Примењује рачун са пропорцијама и процентни рачун при решавању једноставних практичних проблема.
- 2.МА.1.4.3. Разуме концепт вероватноће и израчунава вероватноће догађаја у једноставним ситуацијама.
- 2.МА.1.4.4. Графички представља податке у облику дијаграма и табела, анализира податке и њихову расподелу.
- 2.МА.1.4.5. Разуме појмове популације и узорка, израчунава и тумачи узорачку средину, медијану и мод.\*
- 2.МА.1.4.6. Примењује основна математичка знања за доношење финансијских закључака и одлука.

Следећи искази описују шта ученик зна и уме на **средњем нивоу** у свакој области.

#### 1. Област АЛГЕБРА

- 2.МА.2.1.1. Преводи бројеве из једног бројног система у други.\*
- 2.МА.2.1.2. Разуме појам комплексног броја, представља га у равни и зна основне операције са комплексним бројевима.
- 2.МА.2.1.3. Израчунава вредност израза у коме се појављују и елементарне функције и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер.
- 2.МА.2.1.4. Рачуна са приближним бројевима и процењује грешку.
- 2.МА.2.1.5. Трансформише алгебарске изразе.
- 2.МА.2.1.6. Решава проблеме који се свде на једначине у којима се појављују елементарне функције.
- 2.МА.2.1.7. Решава квадратне и једноставне рационалне неједначине.
- 2.МА.2.1.8. Решава проблеме који се свде на системе линеарних једначина са највише три непознате.
- 2.МА.2.1.9. Зна и користи логичке и скуповне операције, исказни рачун и појам релације (посебно поретка и еквиваленције).

## 2. Област ГЕОМЕТРИЈА

- 2.МА.2.2.1. Решава проблеме и доноси закључке користећи основна геометријска тврђења, метричка својства и распоред геометријских објеката.
- 2.МА.2.2.2. Уочава равне пресеке геометријских фигура у простору и рачуна њихову површину.
- 2.МА.2.2.3. Решава једноставне проблеме користећи једначину праве и криве другог реда.
- 2.МА.2.2.4. Примењује својства вектора при решавању проблема.
- 2.МА.2.2.5. Примењује тригонометријске функције у једноставним реалним ситуацијама.

## 3. Област НИЗОВИ, ФУНКЦИЈЕ, ИЗВОДИ И ИНТЕГРАЛИ

- 2.МА.2.3.1. Решава проблеме користећи својства аритметичког и геометријског низа, примењује математичку индукцију и израз за суму бесконачног геометријског низа у једноставним случајевима.
- 2.МА.2.3.2. Разуме концепт конвергенције низа и израчунава граничну вредност низа у једноставним случајевима.
- 2.МА.2.3.3. Уме да скицира графике елементарних функција и да их трансформише користећи транслације и дилатације дуж координантних оса.
- 2.МА.2.3.4. Решава проблеме користећи основна својства функција (област дефинисаности, периодичност, парност, монотоност ...).
- 2.МА.2.3.5. Разуме концепт непрекидности и израчунава једноставне граничне вредности функција.
- 2.МА.2.3.6. Разуме концепт извода функције и примењује га у проблемским ситуацијама.\*
- 2.МА.2.3.7. Решава проблеме минимума и максимума користећи извод функције.
- 2.МА.2.3.8. Разуме концепт одређеног интеграла и његову примену у једноставнијим ситуацијама.

## 4. Област КОМБИНАТОРИКА, ВЕРОВАТНОЋА, СТАТИСТИКА И ФИНАНСИЈСКА МАТЕМАТИКА

- 2.МА.2.4.1. Примењује правила комбинаторике за пребројавање могућности (различитих избора или начина).
- 2.МА.2.4.2. Решава проблеме користећи пропорцију и процентни рачун.
- 2.МА.2.4.3. Разуме концепт дискретне случајне величине и израчунава очекивану вредност, стандардно одступање и дисперзију (варијансу).\*
- 2.МА.2.4.4. Разуме значај вероватноће у тумачењу статистичких података.\*
- 2.МА.2.4.5. Израчунава мере варијабилности и одступања од познатих расподела.\*
- 2.МА.2.4.6. Примењује математичка знања за доношење финансијских закључака и одлука.\*

Следећи искази описују шта ученик зна и уме на **напредном нивоу** у свакој области.

### 1. Област АЛГЕБРА

- 2.МА.3.1.1. Комплексне бројеве представља у тригонометријском и експоненцијалном облику и рачуна вредност израза са комплексним бројевима.
- 2.МА.3.1.2. Израчунава вредност израза користећи својства операција и функција.
- 2.МА.3.1.3. Трансформише алгебарске изразе, доказује једнакости и неједнакости.
- 2.МА.3.1.4. Решава једначине са параметрима.
- 2.МА.3.1.5. Решава неједначине користећи основна својства елементарних функција.
- 2.МА.3.1.6. Решава системе линеарних једначина са и без параметара и једноставне системе нелинеарних једначина.

**2. Област ГЕОМЕТРИЈА**

- 2.МА.3.2.1. Примењује основне теореме планиметрије и њихове последице у решавању проблема и у доказивању геометријских тврђења.
- 2.МА.3.2.2. Решава геометријске проблеме и доноси закључке користећи изометријске трансформације у равни и простору.
- 2.МА.3.2.3. Решава проблеме користећи једначине кривих другог реда и њихових тангенти у координантном систему.
- 2.МА.3.2.4. Примењује рачун са векторима (скаларни и векторски производ...).
- 2.МА.3.2.5. Примењује тригонометријске функције у проблемима.

**3. Област НИЗОВИ, ФУНКЦИЈЕ, ИЗВОДИ И ИНТЕГРАЛИ**

- 2.МА.3.3.1. Примењује математичку индукцију, аритметички и геометријски низ и израз за суму бесконачног геометријског низа у проблемским ситуацијама.
- 2.МА.3.3.2. Израчунава граничну вредност низа, анализира и интерпретира понашање низа података, изводи и интерпретира закључке.
- 2.МА.3.3.3. Користи елементарне функције за решавање проблема.\*
- 2.МА.3.3.4. Израчунава граничне вредности функција и решава проблеме користећи својства непрекидности функција.
- 2.МА.3.3.5. Решава проблеме и доноси закључке анализирајући функције користећи диференцијални рачун.
- 2.МА.3.3.6. Решава проблеме применом интегралног рачуна (површине равних фигура, запремине тела, дужине кривих, функција расподеле и својства случајних променљивих).

**4. Област КОМБИНАТОРИКА, ВЕРОВАТНОЋА, СТАТИСТИКА И ФИНАНСИЈСКА МАТЕМАТИКА**

- 2.МА.3.4.1. Решава сложеније комбинаторне проблеме.
- 2.МА.3.4.2. Решава проблеме и доноси закључке у ситуацијама неизвесности користећи методе вероватноће и статистике.\*
- 2.МА.3.4.3. Зна појам функције расподеле, појам непрекидне случајне величине и нормалне расподеле.
- 2.МА.3.4.4. Користи методе вероватноће и статистике у финансијама.\*

*Стандарди означени са \* нису истакирани јер важећи наставни програми не обухватају садржаје и теме на које се ови стандарди односе.*

## Чланови Радне групе за развој стандарда:

Александра Арсић (од октобра 2011), Средња школа „Артимедиа”  
Др Бојан Ристић, Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Др Драгослав Херцег (од октобра 2011), Природно-математички факултет, Нови Сад  
Мр Златко Лазовић, Математички факултет, Београд  
Др Зоран Каделбург (до септембра 2011), Математички факултет, Београд  
Др Иван Анић, Математички факултет, Београд  
Марек Светлик, Математички факултет, Београд  
Др Владимир Балтић, Математичка гимназија, Београд  
Марија Милетић, XIV београдска гимназија  
Мина Пејић, Универзитет Сингидунум  
Милибор Саковић, Прва економска школа, Београд  
Мирослав Стаменковић, Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Наташа Дабић Костић, VI београдска гимназија  
Др Небојша Лажетић, Математички факултет, Београд  
Др Небојша Икодиновић, Математички факултет, Београд  
Невена Василић Лукић, I београдска гимназија  
Ружица Жугић (до септембра 2011), XII београдска гимназија  
Светлана Албијанић (до септембра 2011), Завод за унапређивање образовања и васпитања  
Мр Срђан Огњановић, Математичка гимназија  
Тамара Малић, XII београдска гимназија  
Татјана Мишовић (од октобра 2011), Завод за унапређивање образовања и васпитања  
Рецензент: др Владимир Балтић, Математичка гимназија, Београд  
Координатор: Драгана Станојевић, Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања

## Стручни консултанти:

Проф. др Александар Бауцал, Филозофски факултет, Институт за психологију  
Др Драгица Павловић Бабић, Филозофски факултет, Институт за психологију

## Статистичка обрада података и анализа:

Центар за вредновање и истраживање Завода за вредновање квалитета образовања и васпитања

CIP - Каталогизација у публикацији - Народна библиотека Србије, Београд

006.44:373.54(497.11)  
371.3::51

ОПШТИ стандарди постигнућа за крај општег средњег и средњег стручног образовања и васпитања у делу општеобразовних предмета за предмет Математика : приручник за наставнике / [уредница Александра Росић]. - Београд : Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања, 2015 (Београд : Colorgrafx). - 75 стр. : табеле ; 29 см

Тираж 1.600. - Прилог: стр. 69-74. - напомене и библиографске референце уз текст. - Библиографија: стр. 67-68.

ISBN 978-86-86715-52-4

а) Средњошколско образовање - Србија - Стандарди б) Математика -  
Настава  
COBISS.SR-ID 219599116

Штампа:  
Colorgrafx, Београд

Тираж: 1 600